

Zu Abschnitt 4.1.2: Differenzmaße auf Gruppenebene

Durchschnittliche intraindividuelle Veränderung

Beispiel 1: Hat sich das „Wir-Gefühl“ in Klasse 6a verbessert?

Die Schüler der Klasse 6a werden einmal am Anfang und einmal am Ende des Schuljahres gebeten, einen Test auszufüllen, der das „Wir-Gefühl“ in der Klasse erfasst. Dabei wird für den ersten Messzeitpunkt (t1) ein Mittelwert von $\bar{x}_1 = 48$ und für den zweiten Messzeitpunkt (t2) ein Mittelwert von $\bar{x}_2 = 60$ berechnet. Die Standardabweichung aller intraindividuellen Differenzen beträgt $\hat{\sigma}_D = 6$. Mit einem t-Test für abhängige Stichproben kann berechnet werden, ob der Anstieg des „Wir-Gefühls“ zwischen den beiden Messzeitpunkten signifikant ist.

Der Wert der Prüfgröße beim t-Test für abhängige Stichproben (s. Eid et al., 2013; Abschn. 12.1) berechnet sich wie folgt:

$$t = \frac{\bar{x}_D}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_D}} = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_D}}$$

Dabei sind

- $\bar{x}_D = \bar{x}_1 - \bar{x}_2$ der Mittelwertsunterschied, welcher auf Signifikanz getestet werden soll (in unserem Beispiel $\bar{x}_1 - \bar{x}_2 = -12$),
- $\hat{\sigma}_{\bar{x}_D}$ der aus der Stichprobe geschätzte Standardfehler der mittleren Differenz.

Den Wert für $\hat{\sigma}_{\bar{x}_D}$ müssen wir zunächst noch „von Hand“ ermitteln. Die Formel lautet:

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_D} = \sqrt{\frac{\hat{\sigma}_D^2}{n}} = \frac{\hat{\sigma}_D}{\sqrt{n}}$$

Dabei sind

- $\hat{\sigma}_D$ die aus der Stichprobe geschätzte Standardabweichung von Differenzen (hier: $\hat{\sigma}_D = 6$) und
- n = die Stichprobengröße (Anzahl Messwertpaare), d.h. die Anzahl Schüler in Klasse 6a. Sagen wir der Einfachheit halber, diese sei $n = 25$.

Damit berechnet sich $\hat{\sigma}_{\bar{x}_D}$ zu

$$\hat{\sigma}_{\bar{x}_D} = \frac{\hat{\sigma}_D}{\sqrt{n}} = \frac{6}{\sqrt{25}} = \frac{6}{5} = 1,2$$

Damit berechnet sich der Wert der Prüfgröße T wie folgt:

$$t = \frac{\bar{x}_1 - \bar{x}_2}{\hat{\sigma}_{\bar{x}_D}} = \frac{-12}{1,2} = -10$$

Die Quantile der t -Verteilung hängen von der Anzahl der Freiheitsgrade (df) ab. Diese berechnen sich hier zu

$$df = n - 1$$

Bei $n = 25$ Messwertpaaren hat die entsprechende t -Verteilung $df = n - 1 = 24$ Freiheitsgrade. Die Wahrscheinlichkeit für den berechneten (oder jeden größeren) t -Wert ist außerordentlich klein. Der entsprechende p -Wert würde selbst bei 30 Nachkommastellen nur Nullen aufweisen. Der Mittelwertsunterschied ist demnach signifikant von 0 verschieden. Man kann sagen, dass das „Wir-Gefühl“ in der Klasse 6a tatsächlich signifikant angestiegen ist.