Antworten zu Kapitel 20: Hierarchische lineare Modelle (Mehrebenenanalyse)

(1) Erläutern Sie, was mit hierarchischen Datenstrukturen gemeint ist.

Von hierarchischen Datenstrukturen spricht man, wenn Level-1-Einheiten (z. B. Schülerinnen und Schüler) hierarchisch in Level-2-Einheiten (z. B. Schulklassen) verschachtelt sind. Der Messwert einer beliebigen Person aus einer Level-2-Einheit wird dem Messwert einer beliebigen zweiten Person dann ähnlicher ist, wenn es sich um eine Person aus der gleichen Level-2-Einheit handelt als wenn es sich um eine Person aus einer anderen Level-2-Einheit handelt.

(2) Was besagt die Intraklassen-Korrelation, und wie ist sie definiert?

Die Intraklassen-Korrelation ist definiert als der Anteil der Gesamtvarianz aller Messwerte (σ^2_{gesamt}), der auf Unterschiede zwischen den Level-2-Einheiten zurückgeht ($\sigma^2_{\text{Level-2}}$) zurückgeht: $\rho = \frac{\sigma^2_{\text{Level-2}}}{\sigma^2_{\text{gesamt}}} = \frac{\sigma^2_{\text{Level-2}}}{\sigma^2_{\text{Level-2}} + \sigma^2_{\text{Level-1}}}$ Sie kann zwischen 0 und 1 variieren und gibt an, wie ähnlich sich zwei Werte sind, die aus der gleichen Level-2-Einheit stammen.

(3) Was versteht man unter einem ökologischen Fehlschluss?

Einen ökologischen Fehlschluss begeht man, wenn man einen Zusammenhang bzw. einen Effekt, der auf der Ebene von Gruppen (Level-2-Einheiten) gefunden wurde, fälschlicherweise auf der Ebene von Individuen (Level-1-Einheiten) interpretiert.

(4) Was versteht man unter zufälligen Achsenabschnitten und zufälligen Regressionsgewichten?

Als zufällige Achsenabschnitte (random intercepts) werden unerklärte Unterschiede zwischen den gruppenspezifischen Achsenabschnitten bezeichnet. Als zufällige Regressionsgewichte (random slopes) werden unerklärte Unterschiede zwischen den gruppenspezifischen Regressionsgewichten bezeichnet.

(5) Erläutern Sie an einem selbst gewählten Beispiel, was eine negative Korrelation zwischen zufälligen Achsenabschnitten und zufälligen Regressionsgewichten bedeutet.

Eine negative Korrelation zwischen zufälligen Achsenabschnitten (v_0) und zufälligen Regressionsgewichten (v_1) bedeutet: Je höher der Wert des Achsenabschnitts einer Gruppe, desto stärker negativ (oder desto schwächer positiv) ist der Wert des Regressionsgewichts in dieser Gruppe (und umgekehrt). Nehmen wir an, die Prädiktorvariable sei die Arbeitsmotivation von Mitarbeiterinnen und Mitarbeitern in unterschiedlichen Teams einer großen Firma, und die Kriteriumsvariable sei die Arbeitsleistung der Mitarbeiterinnen und Mitarbeiter. Ein negativer Zusammenhang zwischen v_0 und v_1 würde bedeuten, dass in denjenigen Teams, in denen die Arbeitsleistung (bei $X = 0$) hoch ist, der (positive) Zusammenhang zwischen Arbeitsmotivation und Arbeitsleistung schwächer ausgeprägt ist während in denjenigen Teams, in denen die Arbeitsleistung (bei $X = 0$) niedrig ist, der (positive) Zusammenhang zwischen Arbeitsmotivation und Arbeitsleistung stärker ausgeprägt ist.

(6) Wann sollte man zur inferenzstatistischen Absicherung der Modellparameter robuste Standardfehler verwenden?

Simulationsstudien haben gezeigt, dass robuste Standardfehler bei Verletzungen der Normalverteilungsannahme auf der Gruppenebene zu weniger verzerrten Testergebnissen führen, wenn die Verteilung der Residuen dennoch symmetrisch ist. Voraussetzung ist eine ausreichend große Zahl von Level-2-Einheiten (mind. $n_{\text{Level-2}} = 50$ Gruppen). Ist die Verteilung der Residuen hingegen asymmetrisch (links- oder rechtsschief), können auch robuste Standardfehler nicht verhindern, dass die inferenzstatistische Absicherung der geschätzten Varianzkomponenten verzerrt wird. In diesem Fall bietet es sich an, die gemessene Variable durch eine geeignete Transformation stärker zu normalisieren.

(7) Was versteht man unter einem Kontexteffekt?

Von einem Kontexteffekt spricht man, wenn man die Effekte einer Prädiktorvariablen auf zwei verschiedenen Ebenen (z.B. Individualebene und Gruppenebene) untersucht und dabei feststellt, dass sich der Effekt der Variablen auf der Individualebene vom Effekt der Variablen auf der Gruppenebene unterscheidet. Ein Beispiel für einen solchen Kontexteffekt ist der sog. Big-Fish-Little-Pond-Effekt (oder einfacher: Fischteicheffekt). Er beschreibt das Phänomen, dass die Leistungen von Schülern nicht nur von ihrer individuellen Begabung, sondern auch von der durchschnittlichen Begabung der anderen Schüler in der Klasse abhängen. Beim Fischteicheffekt ist es sogar so, dass die Begabung auf der individuellen Ebene die Leistung positiv beeinflusst, während die Begabung auf der Klassenebene die Leistung negativ beeinflusst. Ein und dieselbe Variable (Begabung) kann unterschiedliche Effekte auf unterschiedlichen Ebenen haben (Individual- bzw. Schülerebene und Gruppen- bzw. Klassenebene). Der Kontexteffekt entspricht in einem Modell, in dem neben der (unzentrierten) Prädiktorvariablen auf der individuellen Ebene (Level-1-Prädiktor) auch noch die Gruppenmittelwerte (Level-2-Prädiktor) in die Gleichung eingehen, dem Regressionsgewicht der Level-2-Prädiktorvariablen.

(8) Wieso sind Mehrebenenmodelle für Designs mit Messwiederholung voraussetzungsärmer als die univariate Varianzanalyse mit Messwiederholung?

Die univariate Varianzanalyse mit Messwiederholung (RM-ANOVA) basiert auf der Annahme, dass die Varianz-Kovarianz-Matrix der Messgelegenheiten eine sog. Compound-Symmetry-Struktur (CS-Struktur) aufweist bzw. dass zumindest die Sphärizitätsannahme erfüllt ist. Die CS-Annahme besagt, dass die Populationsvarianz der Y-Werte zu allen Messzeitpunkten identisch und die Kovarianz der Y-Werte zwischen zwei beliebigen Messzeitpunkten ebenfalls identisch sind. Mehrebenenmodelle für Designs mit Messwiederholung (RM-HLM) sind nicht auf die Annahme identischer Varianzen und Kovarianzen angewiesen und insofern in vielen Fällen der RM-ANOVA vorzuziehen.

(9) Wie müsste man im Falle eines Designs mit vier Messzeitpunkten die Zeit in Dummy-Variablen transformieren, wenn man Helmert-Kontraste testen wollte?

Um eine Variable „Zeit“ mit vier Messzeitpunkten (x_1, x_2, x_3 und x_4) in Kontraste zu transformieren, benötigt man drei Kontrastvariablen (hier bezeichnet mit D_1, D_2 und D_3). Eine Transformation in Helmert-Kontraste würde dann so aussehen:

	x_1	x_2	x_3	x_4
D_1	−3	1	1	1
D_2	0	−2	1	1
D_3	0	0	−1	1

Dann testet die erste Kontrastvariable (D_1) den Unterschied zwischen dem ersten Messzeitpunkt und allen nachfolgenden; die zweite Kontrastvariable (D_2) testet den Unterschied zwischen dem zweiten Messzeitpunkt und den beiden nachfolgenden; und die dritte Kontrastvariable (D_3) den Unterschied zwischen dem dritten Messzeitpunkt und dem letzten, dem vierten.