

## Antworten zu Kapitel 7: Wahrscheinlichkeitstheorie und Wahrscheinlichkeitsverteilungen

**(1) Was versteht man unter einem Elementarereignis?**

Bei einem Ereignis handelt es sich um eine Teilmenge der Ergebnismenge. Die Teilmengen, die nur aus einem Element bestehen, d. h.  $\{\omega_1\}$ ,  $\{\omega_2\}$ , ...,  $\{\omega_K\}$ , heißen Elementarereignisse. Elementarereignisse enthalten als Elemente also lediglich ein einzelnes Ergebnis.

**(2) In welchem kombinatorischen Modell ist die Anzahl der Ergebnisse im Ergebnisraum identisch mit dem Binomialkoeffizienten?**

Im Falle eines Modells ohne Zurücklegen und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge kann die Anzahl der Ergebnisse im Ergebnisraum ( $K$ ) mit Hilfe des Binomialkoeffizienten  $\binom{K}{n}$  beschrieben werden.

**(3) Was besagt die Laplace-Wahrscheinlichkeit?**

Die Laplace-Wahrscheinlichkeit besagt, dass die Wahrscheinlichkeit  $P$  eines Ereignisses  $A$  bestimmt werden kann, indem man die Anzahl der für das Ereignis  $A$  günstigen Ergebnisse durch die Anzahl  $K$  aller möglichen Ergebnisse teilt. Voraussetzung hierfür ist, dass die Anzahl der möglichen Ergebnisse eines Zufallsvorgangs endlich ist und alle Elementarereignisse gleichberechtigt (»gleich wahrscheinlich«) sind.

**(4) Was besagt das Bernoulli-Theorem?**

Das Bernoulli-Theorem besagt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die relative Häufigkeit  $h(A)$  von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit  $P(A)$  um weniger als eine beliebig kleine Differenz ( $\varepsilon$ ) abweicht, gegen 1 geht, wenn der Stichprobenumfang ( $n$ ) gegen unendlich geht.

**(5) Was versteht man unter einer bedingten Wahrscheinlichkeit?**

Eine bedingte Wahrscheinlichkeit beschreibt die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses  $A$  unter der Bedingung  $B$ , d. h. unter der Bedingung, dass das Ergebnis  $B$  eingetreten ist.

**(6) Geben Sie ein Beispiel für das Konzept der stochastischen Unabhängigkeit.**

Sind zwei Ereignisse  $A$  und  $B$  stochastisch voneinander unabhängig, so entspricht die bedingte Wahrscheinlichkeit für  $A$  gegeben  $B$  der unbedingten Wahrscheinlichkeit für  $A$ . Sind beispielsweise die Merkmale »Geschlecht« und »Augenfarbe« voneinander unabhängig, dann impliziert das, dass sich die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Augenfarbe nicht zwischen Männern und Frauen unterscheidet (und umgekehrt: dass sich die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis »Mann« oder »Frau« nicht zwischen den unterschiedlichen Augenfarben-Kategorien unterscheidet).

**(7) Durch welche Parameter wird eine Binomialverteilung beschrieben?**

Die Binomialverteilung wird durch die Wahrscheinlichkeit für das interessierende Ereignis ( $\pi$ ) und die Anzahl der Durchgänge ( $n$ ) vollständig beschrieben.

**(8) Was ist der Unterschied zwischen der Binomialverteilung und der hypergeometrischen Verteilung?**

Eine Binomialverteilung liegt bei einem Modell mit Zurücklegen vor und eine hypergeometrische Verteilung bei einem Modell ohne Zurücklegen.

**(9) Was ist der Unterschied zwischen Dichtefunktion und Verteilungsfunktion?**

Die Dichtefunktion beschreibt die Wahrscheinlichkeit, mit der der Wert einer Zufallsvariablen  $X$  innerhalb eines Intervalls mit der Untergrenze  $x_u$  und der Obergrenze  $x_o$  liegt. Die Verteilungsfunktion beschreibt die Wahrscheinlichkeit, einen Wert von  $x$  oder jeden kleineren zu beobachten.

**(10) Durch welchen Parameter wird eine Exponentialverteilung beschrieben?**

Die Exponentialverteilung ist durch einen einzigen Parameter ( $\lambda$ ) gekennzeichnet. Er beschreibt, wie schnell die Exponentialfunktion für  $x \rightarrow \infty$  gegen Null geht.

**(11) Wie lauten Erwartungswert und Varianz der Standardnormalverteilung?**

Der Erwartungswert der Standardnormalverteilung lautet  $E = 0$  und die Varianz  $Var = 1$ .