

Antworten zu Kapitel 11: Unterschiede zwischen zwei unabhängigen Stichproben

(1) Wie lauten die Voraussetzungen für die Anwendung des t-Tests für unabhängige Stichproben?

Die Anwendung des t -Tests für unabhängige Stichproben ist an folgende Voraussetzungen geknüpft: (1) Es muss sichergestellt sein, dass die Messwerte innerhalb einer Teilpopulation voneinander unabhängig sind. (2) Es muss sichergestellt sein, dass es sich bei den beiden Teilstichproben um unabhängige Zufallsstichproben handelt. (3) Das Merkmal X muss in den beiden Teilpopulationen stetig und normalverteilt sein. (4) Die Varianzen innerhalb der beiden Teilpopulationen müssen homogen sein.

(2) Unter welchen Bedingungen wird der t-Test für unabhängige Stichproben bei Verletzung der Varianzhomogenitätsannahme zu konservativ, wann wird er zu liberal?

Ist die Varianz in der kleineren Stichprobe größer als in der größeren Stichprobe, so wird der Test zu liberal. Ist die Varianz in der kleineren Stichprobe kleiner als in der größeren Stichprobe, so wird der Test zu konservativ.

(3) Was ist beim t-Test für unabhängige Stichproben unter einer »gepoolten« Innerhalb-Standardabweichung zu verstehen?

Die »gepoolte« (oder: gemeinsame) Innerhalb-Standardabweichung ist ein Schätzer für die Populations-residualstandardabweichung, welche aus den beobachteten Innerhalb-Standardabweichungen der beiden Gruppen geschätzt wird.

(4) Wie lauten die Voraussetzungen für die Anwendung des Wilcoxon-Rangsummentests bzw. des U-Tests?

Der Wilcoxon-Rangsummentest bzw. der U -Test setzt voraus, dass das Merkmal X in der Population stetig ist. Die Verteilung darf zwar von der Normalverteilung abweichen, aber die Verteilung muss in beiden Teilpopulationen identisch sein.

(5) Erläutern Sie, wieso der Wilcoxon-Rangsummentest und der U-Test algebraisch identisch sind.

In beiden Fällen werden zur Berechnung der Prüfgröße allen Messwerten (unabhängig davon, aus welcher Stichprobe sie stammen) Rangplätze in aufsteigender Reihenfolge zugewiesen und stichprobenspezifische Rangsummen gebildet.

(6) Erläutern Sie, wieso die Prüfgröße beim Varianzhomogenitätstest F -verteilt ist.

Um die Prüfgröße für den Varianzhomogenitätstest zu erhalten, wird der Quotient aus der Stichprobenvarianz und der Populationsvarianz der Stichprobe, die die größere Varianz aufweist, durch den Quotient aus der Stichprobenvarianz und der Populationsvarianz der Stichprobe, die die kleinere Varianz aufweist, dividiert.

$$F = \frac{\hat{\sigma}_1^2 / \sigma_1^2}{\hat{\sigma}_2^2 / \sigma_2^2}$$

Würde man den Zähler und den Nenner dieser Formel jeweils mit $n - 1$ multiplizieren, könnte man die Formel auch wie folgt ausdrücken:

$$F = \frac{\chi_1^2 / n_1 - 1}{\chi_2^2 / n_2 - 1}$$

Der Quotient zweier voneinander unabhängiger χ^2 -verteilter Variablen, die jeweils durch ihre Freiheitsgrade dividiert wurden, folgt einer F -Verteilung.

- (7) Erläutern Sie, wieso bei der Kontinuitätskorrektur für den χ^2 -Test vom Betrag einer jeden Differenz $n_{ij} - \varepsilon_{ij}$ eine Konstante von 0,5 subtrahiert wird.**

Bei der Kontinuitätskorrektur werden anstatt der Mitten der Häufigkeitsdifferenz-Kategorien (a_j) die Untergrenzen (c_j) verwendet. Um dies zu erreichen, wird von allen Häufigkeitsdifferenzen ($n_{ij} - \varepsilon_{ij}$) ein konstanter Wert von 0,5 abgezogen.

- (8) Was ist unter der Aussage zu verstehen, beim Zweistichproben- χ^2 -Test handele es sich um einen Globaltest, der keine spezifischen Hypothesen testen könne?**

Der χ^2 -Test bezieht sich immer dann, wenn die zugrundeliegende Kontingenztafel aus mehr als vier voneinander unabhängigen Zellen besteht, auf eine globale Abweichung der empirischen Häufigkeitsverteilung von einer theoretisch angenommenen Verteilung. Der Zweistichproben- χ^2 -Test ist also nicht in der Lage, spezifische Hypothesen, die sich auf bestimmte Teile der Kontingenztafel (d. h. spezifische Zellen) beziehen, gerichtet zu testen.