

## Antworten Kapitel 15

### 1. Was ist der formale Unterschied zwischen der Kreuzproduktsumme und der Kovarianz?

Die Kreuzproduktsumme hängt von der Anzahl der Merkmalsträger ab, die Kovarianz nicht. Die Kovarianz erhält man, indem man die Kreuzproduktsumme durch die Anzahl der Merkmalsträger dividiert. Die Kovarianz ist somit die mittlere Kreuzproduktsumme.

### 2. Welchen Wert hat die Kovarianz, wenn eine der beiden beteiligten Variablen eine Varianz von 0 hat?

In diesem Fall beträgt die Kovarianz ebenfalls 0, da alle Werte der Variablen, deren Varianz 0 beträgt, mit deren Mittelwert identisch sind. Deshalb sind auch alle Abweichungen vom Mittelwert 0. Somit müssen auch alle Abweichungsprodukte 0 betragen.

### 3. Wie verändert sich die Kovarianz, wenn man zu allen Werten auf der Variablen $X$ eine Konstante von 3 und zu allen Werten auf der Variablen $Y$ eine Konstante von 5 hinzuaddiert?

Die Kovarianz ändert sich durch die Addition von Konstanten nicht.

### 4. Wie verändert sich die Kovarianz, wenn man alle Werte auf der Variablen $X$ mit 10 und alle Werte auf der Variablen $Y$ mit 15 multipliziert?

Die Kovarianz wird 150 mal größer, da nach den Rechenregeln für Varianzen und Kovarianzen gilt: Wird jeder  $x$ -Wert mit einer Konstanten  $a$  multipliziert und jeder  $y$ -Wert mit einer Konstanten  $b$ , verändert sich die Kovarianz um den Faktor  $a \cdot b$ .

### 5. Wie verändert sich die Korrelation, wenn man zu allen Werten auf der Variablen $X$ eine Konstante von 3 und zu allen Werten auf der Variablen $Y$ eine Konstante von 5 hinzuaddiert?

Die Korrelation ändert sich durch die Addition von Konstanten nicht.

### 6. Wie verändert sich die Korrelation, wenn man alle Werte auf der Variablen $X$ mit 10 und alle Werte auf der Variablen $Y$ mit 15 multipliziert?

Die Korrelation ändert sich durch die Multiplikation der Messwerte mit Konstanten nicht, da die Veränderung der Varianzen und der Kovarianz der Variablen, zu der es durch eine Multiplikation der Messwerte mit Konstanten kommt, durch die  $z$ -Standardisierung der korrelierten Variablen wieder rückgängig gemacht wird. Alternativerklärung: Die Korrelation ändert sich durch die Multiplikation der Messwerte mit Konstanten nicht, da sich sowohl der Zähler (die Kovarianz) als auch der Nenner (das Produkt der Standardabweichungen) um den Faktor 150 ändert.

### 7. Was versteht man unter Monotrait-Heteromethod-Korrelationen? Wie sollten diese Korrelationen aussehen, um eine hohe konvergente Validität anzuzeigen?

Monotrait-Heteromethod-Korrelationen sind Korrelation zwischen Messvariablen eines Merkmals (Trait), deren Werte mit verschiedenen Messmethoden gewonnen wurden, z. B. einem Test und einem Fragebogen oder mittels Selbstbeschreibung und mittels Fremdbeschreibung. Monotrait-Heteromethod-Korrelationen sollten hoch sein. Nur dann sind die verwendeten Messmethoden konvergent valide.

**8. Wann kann man den  $e$ -Koeffizienten als Maß für die Korrelation zweier Variablen einsetzen?**

Den  $e$ -Koeffizienten kann man zur Bestimmung der Rangkorrelation zwischen zwei Variablen verwenden, wenn singuläre Daten mit Rangbindung vorliegen.

**9. Wann kann man den  $\hat{\gamma}$ -Koeffizienten als Maß für die Korrelation zweier Variablen einsetzen?**

Den  $\hat{\gamma}$ -Koeffizienten kann man verwenden, um die Korrelation zwischen zwei kategorialen Variablen mit geordneten Kategorien zu berechnen oder die Korrelation zwischen einer dichotomen Variablen und einer ordinalskalierten Variablen mit geordneten Antwortkategorien.

**10. Was ist der Unterschied zwischen dem  $\hat{\phi}$ -Koeffizienten und Yules  $Q$ ?**

Der  $\hat{\phi}$ -Koeffizient und Yules  $Q$  sind Korrelationskoeffizienten für dichotome Variablen. Korrelationen von  $+1$  und  $-1$  sind beim  $\hat{\phi}$ -Koeffizient nur möglich, wenn die Variablen gleich verteilt sind ( $+1$ ) oder spiegelbildlich verteilt sind ( $-1$ ). Im Unterschied dazu kann Yules  $Q$  auch dann den maximalen Wert einer positiven Korrelation von  $+1$  und den maximalen Wert einer negativen Korrelation von  $-1$  annehmen, wenn die Variablen unterschiedlich verteilt sind.

**11. Was ist der Unterschied zwischen dem Odds-Ratio und dem Kreuzproduktverhältnis?**

Das Odds-Ratio ist ein Maß für den Zusammenhang zwischen zwei dichotomen Variablen. Es ist das Verhältnis zweier Chancen. Eine Chance ist das Verhältnis zweier Häufigkeiten. Das Odds-Ratio ist somit das Verhältnis zweier Häufigkeitsverhältnisse. Durch einfache Umformung erhält man als zweite Berechnungsmöglichkeit des Odds-Ratio das Kreuzproduktverhältnis. Statt das eine Häufigkeitsverhältnis durch das andere Häufigkeitsverhältnis zu dividieren (Odds-Ratio), multipliziert man das eine Häufigkeitsverhältnis mit dem Kehrwert des anderen Häufigkeitsverhältnisses (Kreuzproduktverhältnis). Es gibt somit keinen Unterschied zwischen dem Odds-Ratio und dem Kreuzproduktverhältnis.

**12. Welchen Wertebereich kann das Odds-Ratio annehmen?**

Das Odds-Ratio hat keine obere Grenze. Seine untere Grenze beträgt 0. Dieser Wert ergibt sich, wenn eine der vier Häufigkeiten den Wert 0 annimmt, die entsprechende Zelle einer  $2 \times 2$  also Häufigkeitstabelle unbesetzt ist. In diesem Fall muss bei der Berechnung des Odds-Ratio darauf geachtet werden, dass die Häufigkeit mit dem Wert 0 im Zähler derjenigen Chance steht, die den Zähler des Odds-Ratio bildet. Nur so kann vermieden werden, dass der Wert 0 im Nenner einer Chance oder im Nenner des Verhältnisses der beiden Chancen auftaucht. In diesem Fall wäre der Quotient nicht definiert. Da die Anordnung der Kategorien bei nominalskalierten Variablen beliebig ist, lassen sich bei einer Nullzelle die Kategorien immer so anordnen, dass das Odds-Ratio definiert ist.

**13. Was ist der Unterschied zwischen  $\chi^2$  und Cramér's  $V$ ?**

Beide Koeffizienten beschreiben Zusammenhänge zwischen zwei nominalskalierten Variablen. Cramér's  $V$  kann Werte zwischen 0 (kein Zusammenhang zwischen den Variablen) und 1 (maximaler Zusammenhang) annehmen und ist im Unterschied zu  $\chi^2$  unabhängig von der Stichprobengröße.

**14. Was ist der Unterschied zwischen der punktbiserialen und der biserialen Korrelation?**

Die punktbiserial Korrelation beschreibt den Zusammenhang zwischen einer metrischen Variablen und einer natürlich dichotomen Variablen (z. B. dem Geschlecht). Die biserial Korrelation beschreibt den Zusammenhang zwischen einer metrischen Variablen und einer künstlich dichotomen Variablen, die aus einer normalverteilten metrischen Variablen gebildet wurde (z. B. unterdurchschnittliche versus überdurchschnittliche Intelligenz).