

Fragen und Antworten zu Kapitel 16

- (1) **Wie heißt die Bestimmungsgleichung der Regressionsgeraden in der einfachen linearen Regressionsanalyse?**

Die Bestimmungsgleichung lautet:

$$\hat{Y} = b_0 + b_1 \cdot X$$

- (2) **Wie werden der Achsenabschnitt und die Steigung der Geraden in der unstandardisierten und in der standardisierten einfachen linearen Regressionsanalyse bestimmt?**

In der unstandardisierten einfachen linearen Regression werden Achsenabschnitt und Steigung wie folgt bestimmt: $b_0 = \bar{y} - b_1 \cdot \bar{x}$ und $b_1 = r_{XY} \cdot \frac{s_Y}{s_X} = \frac{s_{XY}}{s_X^2}$.

In der standardisierten einfachen linearen Regression ist der Achsenabschnitt immer gleich 0 und die Steigung entspricht der Produkt-Moment-Korrelation r_{XY} zwischen der abhängigen und der unabhängigen Variablen.

- (3) **In welche Komponenten kann die Varianz der abhängigen Variablen in der einfachen linearen Regressionsanalyse zerlegt werden?**

Die Varianz der abhängigen Variablen lässt sich in die Varianz der vorhergesagten Werte und die Varianz der Residualwerte zerlegen: $s_Y^2 = s_{\hat{Y}}^2 + s_E^2$

- (4) **Wie sind der Determinations- und der Indeterminationskoeffizient definiert, und was bedeuten sie?**

Der Determinationskoeffizient ist der Quotient aus der erklärten Varianz $s_{\hat{Y}}^2$ und der Gesamtvarianz s_Y^2 :

$$R^2 = \frac{s_{\hat{Y}}^2}{s_Y^2}$$

Er ist der Anteil der Varianz der abhängigen Variablen Y , der durch die Variation der unabhängigen Variablen X determiniert wird.

Der Indeterminationskoeffizient ist der Quotient aus der unerklärten Varianz s_E^2 und der Gesamtvarianz s_Y^2 :

$$1 - R^2 = \frac{s_E^2}{s_Y^2} \quad (\text{F 16.18b})$$

Er ist der Anteil der Varianz der abhängigen Variablen Y , der durch die Variation der unabhängigen Variablen X nicht determiniert wird und somit unerklärt bleibt.

- (5) **Nennen Sie drei Eigenschaften der Residualwerte in der einfachen linearen Regressionsanalyse.**

1. Die Summe aller Regressionsresiduen ist gleich 0:

$$\sum_{m=1}^n e_m = \sum_{m=1}^n (y_m - \hat{y}_m) = 0$$

2. Die Summe aller quadrierten Regressionsresiduen ist minimal:

$$\sum_{m=1}^n e_m^2 = \sum_{m=1}^n (y_m - \hat{y}_m)^2 \rightarrow \min!$$

3. Die Korrelation zwischen der unabhängigen Variablen X und der Residualvariablen E ist gleich 0:

$$r_{XE} = 0$$

(6) Erläutern Sie das Grundprinzip der Kleinst-Quadrate-Schätzung.

Bei der Kleinst-Quadrate-Schätzung werden die Regressionskoeffizienten so bestimmt, dass die Summe der quadrierten Abweichungen der beobachteten y_m -Werte von den vorhergesagten \hat{y}_m -Werten minimal wird:

$$SAQ = \sum_{m=1}^n (y_m - \hat{y}_m)^2 \rightarrow \min!$$