

Antworten zu Kapitel 7: Wahrscheinlichkeitstheorie und Wahrscheinlichkeitsverteilungen

(1) Was versteht man unter einem Elementarereignis?

Bei einem Ereignis handelt es sich um eine Teilmenge der Ergebnismenge. Die Teilmengen, die nur aus einem Element bestehen, d. h. $\{\omega_1\}$, $\{\omega_2\}$, ..., $\{\omega_K\}$, heißen Elementarereignisse. Elementarereignisse enthalten als Elemente also lediglich ein einzelnes Ergebnis.

(2) In welchem kombinatorischen Modell ist die Anzahl der Ergebnisse im Ergebnisraum identisch mit dem Binomialkoeffizienten?

Im Falle eines Modells ohne Zurücklegen und ohne Berücksichtigung der Reihenfolge kann die Anzahl der Ergebnisse im Ergebnisraum (K) mit Hilfe des Binomialkoeffizienten $\binom{k}{n}$ beschrieben werden.

(3) Was besagt die Laplace-Wahrscheinlichkeit?

Die Laplace-Wahrscheinlichkeit besagt, dass die Wahrscheinlichkeit P eines Ereignisses A bestimmt werden kann, indem man die Anzahl der für das Ereignis A günstigen Ergebnisse durch die Anzahl K aller möglichen Ergebnisse teilt. Voraussetzung hierfür ist, dass die Anzahl der möglichen Ergebnisse eines Zufallsvorgangs endlich ist und alle Elementarereignisse gleichberechtigt (»gleich wahrscheinlich«) sind.

(4) Was besagt das Bernoulli-Theorem?

Das Bernoulli-Theorem besagt, dass die Wahrscheinlichkeit, dass die relative Häufigkeit $h(A)$ von der tatsächlichen Wahrscheinlichkeit $P(A)$ um weniger als eine beliebig kleine Differenz (ε) abweicht, gegen 1 geht, wenn der Stichprobenumfang (n) gegen unendlich geht.

(5) Was versteht man unter einer bedingten Wahrscheinlichkeit?

Eine bedingte Wahrscheinlichkeit beschreibt die Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A unter der Bedingung B , d. h. unter der Bedingung, dass das Ergebnis B eingetreten ist.

(6) Geben Sie ein Beispiel für das Konzept der stochastischen Unabhängigkeit.

Sind zwei Ereignisse A und B stochastisch voneinander unabhängig, so entspricht die bedingte Wahrscheinlichkeit für A gegeben B der unbedingten Wahrscheinlichkeit für A . Sind beispielsweise die Merkmale »Geschlecht« und »Augenfarbe« voneinander unabhängig, dann impliziert das, dass sich die Wahrscheinlichkeit für eine bestimmte Augenfarbe nicht zwischen Männern und Frauen unterscheidet (und umgekehrt: dass sich die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis »Mann« oder »Frau« nicht zwischen den unterschiedlichen Augenfarben-Kategorien unterscheidet).

(7) Durch welche Parameter wird eine Binomialverteilung beschrieben?

Die Binomialverteilung wird durch die Wahrscheinlichkeit für das interessierende Ereignis (π) und die Anzahl der Durchgänge (n) vollständig beschrieben.

(8) Was ist der Unterschied zwischen der Binomialverteilung und der hypergeometrischen Verteilung?

Eine Binomialverteilung liegt bei einem Modell mit Zurücklegen vor und eine hypergeometrische Verteilung bei einem Modell ohne Zurücklegen.

(9) Was ist der Unterschied zwischen Dichtefunktion und Verteilungsfunktion?

Die Dichtefunktion beschreibt die Wahrscheinlichkeit, mit der X innerhalb eines Intervalls mit der Untergrenze x_u und der Obergrenze x_o liegt. Die Verteilungsfunktion beschreibt die Wahrscheinlichkeit mit der eine beliebige Person höchstens einen Wert X aufweist (also die Wahrscheinlichkeit von $X \leq x$).

(10) Durch welchen Parameter wird eine Exponentialverteilung beschrieben?

Die Exponentialverteilung ist durch einen einzigen Parameter (λ) gekennzeichnet. Er beschreibt, wie schnell die Exponentialfunktion für $x \rightarrow \infty$ gegen Null geht.

(11) Wie lauten Erwartungswert und Varianz der Standardnormalverteilung?

Der Erwartungswert der Standardnormalverteilung lautet $E = 0$ und die Varianz $Var = 1$.