Transkript

Lektion 1: Coupé (Kombinatorik)

Legende:

L	Lehrperson
S	Schülerin / Schüler
Sn	Neue Schülerin / neuer Schüler
Ss	einige Schülerinnen und/oder Schüler
K	Klasse

**Transkriptausschnitte „Coupé-
aufgabe“ (aus TIMSS-1999 Videostudie;
zum persönlichen Gebrauch. –
Rechteinhaber: Prof. Dr. Kurt Reusser,
Universität Zürich**

Lektionsausschnitt 1: Arbeitsorganisation und Problemstellung [1:40]

- 00:00:00:00 L So, heute ... habe ich ... ein Problem, dass ihr jetzt gruppenweise dann zu lösen versuchen habt. ... Folgende Ausgangslage:
- 00:00:11:28 L Ihr seid vier Personen, ... und ihr fahrt jeden Tag mit dem Zug nach Bern. Und ihr habt ein Vierercoupé. ... Jetzt, ihr habt abgemacht, jedes Mal sitzen wir anders in diesem Coupé drin.
- 00:00:29:07 L Also A neben B, A neben C und so weiter. Eben, mhm? So, wie oft mal könnt ihr nach Bern fahren, bis ihr sämtliche Möglichkeiten durchgespielt habt?
- 00:00:38:23 L Das ist die Überlegung, Grundgedanke, das Erste.
- 00:00:42:29 L Nachher, ... bekommt ihr als Gruppe den Auftrag, eine allgemeingültige Formel dazu zu finden.
- 00:00:51:09 L Damit man sagen kann, wenn ihr zu fünft seid oder zu sechst, gibt es so und so viele Möglichkeiten. ... Jetzt machen wir Gruppen, -eh- ihr diskutiert das bei euch.
- 00:01:00:19 L Ich gebe euch da Notizpapier, -eh- dass ihr da vielleicht zeichnen könnt, aufschreiben könnt, ihr könnt versuchen mit La- Jasskarten, oder irgendwie das.
- 00:01:09:08 L Zehn Minuten Zeit etwa, und dann wollen wir schauen, ob ihr eine Lösung gefunden habt. Ihr bleibt etwa da. Könnt ihr vier euch nach hinten irgendwie eine Gruppe bilden?
- 00:01:18:08 L Ihr seid ja dort hinten eine Gruppe und ihr vielleicht dort drüben, hm?
- 00:01:29:06 L Also. ... Zur Wiederholung, da ist der Auftrag schriftlich, in allgemeiner Form ... hingeschrieben.

Lektionsausschnitt 2: Problembearbeitung in Gruppen [5:59]

- 00:00:00:00 L Wie kommt ihr darauf?
- 00:00:01:03 Sn Wenn wir jetzt das D sitzen lassen, dann gibt es sechs Lösungen.
- 00:00:05:00 L // Mhm [ja].
- 00:00:05:00 S // Und wenn wir das andere dort liegen lassen, gibt es auch wieder sechs Lösungen und wenn sie wieder dort hingehen gibt es wieder sechs.

- 00:00:10:27 L Jetzt überprüft das doch einmal, mit drei zum Beispiel. ... Jetzt hast du gesagt, mit vier, gibt es vierundzwanzig, hm?
- 00:00:20:25 L Jetzt, wieviel gibt es zu Dritt, ihr drei, und habt drei Plätze, versucht das doch einmal.
- 00:00:25:19 Sn Also, wir dürfen // wir hab- dürfen nicht vier Plätze gebrauchen wenn wir drei Personen sind.
- 00:00:25:22 L // Einfach mit der gleichen Überlegung dahinter.
- 00:00:28:21 L Nein, drei Plätze, sonst gibt das eine andere Rechnung.
- 00:00:40:23 L Ja.
- 00:00:41:14 Sn Ist jetzt, wenn es zwei Personen sind, muss es dann in einem Zweiercoupé sein oder ist es immer mit einem Vierercoupé?
- 00:00:45:23 L Nicht wahr, -eh- die Frage habe ich schon, soviel Plätze, wie es Personen sind, weisst du, sonst gibt es eine ganz andere Rechnung. Ich komme dann darauf zurück, vielleicht noch.
- 00:00:55:03 L Wenn es zwei Personen sind, wie viele Möglichkeiten habt ihr?
- 00:00:58:03 Ss Zwei.
- 00:00:59:07 Sn Ja.
- 00:00:59:13 L Und mit drei?
- 00:01:00:08 Sn Sechs.
- 00:01:02:07 L Und mit vier habt ihr vierundzwanzig. Also, und jetzt mit fünf. Jetzt wird es heikel. ... Fünf auf fünf Plätze, hm?
- 00:01:13:26 L Mhm [ja]. ... Also jetzt, jetzt müsst ihr die Überlegung machen mit ... zwei Personen. Mit einer Person hast du es?
- 00:01:21:11 Sn Eins.
- 00:01:22:03 L Eins. Mit zwei Personen?
- 00:01:24:00 S Zwei.
- 00:01:25:09 L Mit drei Personen?
- 00:01:26:18 S Sechs.
- 00:01:27:04 L Sechs. Vier? ... Und jetzt mit fünf. ... Jetzt gibt es irgendeine logische Weiter- Weiterführung, oder, das ist die Überlegung.
- 00:01:35:24 Sn Herr Walder, was gibt es mit vier? Achtundzwanzig?
- 00:01:41:02 L Wie kommst du auf achtundzwanzig?
- 00:01:42:20 Sn Ja, wir haben verschiedenen ... Z- Zahlen zusammengezählt.
- 00:01:45:02 L Habt ihr denn nicht, Lösungen, zweimal die gleiche gehabt?
- 00:01:48:28 Ss Das kann sein.
- 00:01:50:07 Sn Sind es weniger?

- 00:01:52:17 L Ich sage jetzt vorläufig noch nichts.
- 00:02:00:03 L Überlegt euch das einmal mit ... drei Personen. // Genau dasselbe.
- 00:02:05:05 Sn // Dann gibt es drei mal drei, ... oder?
- 00:02:09:29 Sn Und nachher // ().
- 00:02:10:25 L // Und mit -eh- zwei Personen, eine Person? Vielleicht findet ihr dann da langsam eine Regel heraus.
- 00:02:14:24 L Dann könnt ihr vielleicht auch abschätzen, ob die achtundzwanziger etwas sein kann, oder nicht.
- 00:02:18:29 Sn Also nehmen wir einmal eine Person. Gibt eins.
- 00:02:28:05 L Wieviel habt ihr?
- 00:02:29:04 Sn Vierundzwanzig Lösungen. ().
- 00:02:33:01 L Und wie habt ihr sie gefunden?
- 00:02:34:14 S Mit ausprobieren. ().
- 00:02:35:23 L Da das hier durchgespielt?
- 00:02:37:02 S Nein, das hier. Wir müssen ja davon ausgehen, das für A ein Platz bleibt.
- 00:02:40:25 L Ja.
- 00:02:41:12 S Wie viele Lösungen gibt es? A hat vier Plätze, also mal sechs.
- 00:02:43:28 L Mhm [ja]. ... Gut.
- 00:02:46:03 S () zusammen.
- 00:02:45:22 L Gut. ... Okay.
- 00:02:49:06 S Jetzt ist das noch nicht allgemein gültig, sondern nur für diesen speziellen // Fall.
- 00:02:51:29 L // Jetzt habt ihr für vier, für vier Personen. Jetzt, wie sieht das für drei Personen aus? // Zum Beispiel?
- 00:02:55:26 Sn // ().
- 00:02:59:00 L Und zwei Personen?
- 00:02:59:24 Sn Zwei Lösungen.
- 00:03:04:25 L Und eine eine Lösung. Das ist klar, hm. ... Und jetzt mit fünf.
- 00:03:11:22 Sn Gibt hundert, hundertzwanzig.
- 00:03:14:29 Sn Hundertzwanzig, ja.
- 00:03:16:00 Sn Sechs gibt sechs ... und siebenhundertdreizehn,
- 00:03:20:15 Sn Sind achthundertzwanzig () ja.
- 00:03:25:05 L Mhm [ja].

- 00:03:40:16 L Hm?
- 00:03:41:02 Sn Du kannst die Zwei sitzen bleiben lassen ... auch noch.
- 00:03:47:20 Sn Nein, das stimmt // nicht.
- 00:03:47:20 L // Hm-m, hm-m [nein].
- 00:03:49:08 Sn Wir wissen es. Wir haben es gemerkt. ... Aber.
- 00:03:54:07 Sn Jetzt einmal, drei mal drei sind neun.
- 00:03:58:29 Sn Nein, komm wir zählen nicht, wir haben immer diesen Platz vergessen.
- 00:04:01:21 Sn Ja schon. Was hatte ich vorher?
- 00:04:13:07 Sn Ist eine.
- 00:04:14:02 Sn Ist zwei.
- 00:04:16:02 Sn Ja, ... eh.
- 00:04:20:12 Sn () ist zwei, ... sechs ... und fünf.
- 00:04:27:29 L Wie seid ihr auf diese Zahlen gekommen?
- 00:04:31:15 Sn () Lösung. ... Anzahl -eh- // ().
- 00:04:35:14 L // Also jetzt zum Beispiel auf die Hundertzwanzig, hier, wie bist du darauf gekommen?
- 00:04:38:26 Sn Vierundzwanzig mal fünf.
- 00:04:42:00 L Und auf d- die siebenhundertzwanzig hier?
- 00:04:43:24 S Hundertzwanzig mal sechs.
- 00:04:46:07 L Aha!
- 00:04:51:04 L Gut. Und jetzt, jetzt überleg dir einmal hier. Jetzt ist N mal hier. Wie kommst du auf das N?
- 00:04:56:21 Sn Das wissen wir eben noch nicht.
- 00:04:58:15 Sn Hier geht es schon. N minus eins mal N.
- 00:05:19:21 L Beginnt jetzt mit dem Einfachen. Vier, das sei N, hm? Wie bist du auf die vierundzwanzig gekommen? Was hast du rechnen müssen?
- 00:05:25:27 Sn N mal N minus eins, mal N minus zwei, mal N minus drei.
- 00:05:29:29 L Aha, und du jetzt das hier hast?
- 00:05:32:24 S Dann käme noch N minus vier dazu.
- 00:05:36:27 L Und hier?
- 00:05:37:22 S N minus fünf.
- 00:05:38:15 L Also, und wenn du jetzt N hast?
- 00:05:59:09 L Tipptopp auf dem Weg seid ihr, gut.

Lektionsausschnitt 3: Besprechung der Lösungswege und Theorieteil [5:50]

00:00:00:00	L	So, ... eh wir unterbrechen mal da. ... Geht ihr zurück auf eure Plätze, und dann wollen wir doch einmal gemeinsam schauen. Simon du bist gerade vorne.
00:00:13:03	L	Kannst du mal, ... die Überlegung eurer Gruppe uns zeigen?
00:00:29:00	L	Willst du es hier machen? Gut.
00:00:38:06	Sn	Wir haben vier ... vier Personen. Wir haben da A, B, C und D genommen. Und ... wir haben gedacht, das ist die Standardperson, die sitzt am gleichen Ort.
00:00:56:03	S	Und dann verändern sich diese drei, und dann würde ... A bleibt, D, C, B ... so.
00:01:09:26	L	Ja.
00:01:10:20	S	Und nachher ... A bleibt ... und C, ... B, D. ... A bleibt, ... C, ... B, eh, C, D, B. ... A bleibt, D, ... B, ... C. ... A ..., B, D, C.
00:01:44:26	S	Jetzt haben wir hier sechs Lösungen, bei - ... wenn eine Person vorne sitzt.
00:01:50:18	S	Und dann, also sechs, sechs, sechs ... //, dann könnten wir jetzt jede von diesen vier Personen hier hervor -eh- hier da auf diesen Platz nehmen.
00:01:54:04	L	// Mhm [ja].
00:02:01:22	S	Und diese drei wieder verändern, also wäre da sechs mal vier gleich vierundzwanzig Lösungen ... Ja und
00:02:12:05	L	Schön. ... Wunderbar, ja.
00:02:17:09	L	Und jetzt ka- kam das zweite Problem, die allgemeingültige Lösung. Da seid ihr ungefähr gleich weit wie diese Gruppe da, Fabia. Hm.
00:02:28:08	L	Ihr habt die gleichen Überlegungen gemacht. Aber jetzt bei den anderen Aufgaben? Fabia, kannst du das erklären?
00:02:37:16	Sn	Hm-m.
00:02:37:28	L	Ihr seid noch nicht fertig, ich weiss, hm.
00:02:45:27	S	Ja, wir haben ausgerechnet, bei zwei Personen gibt es zwei Lösungen, bei drei Personen gibt es sechs Lösungen, bei fünf Personen gibt es hundertzwanzig Lösungen.
00:03:01:03	S	Und jetzt kann man irgendwie mit N mal N minus eins -eh-
00:03:08:02	L	Mhm [ja].
00:03:10:05	Sn	Und dann noch einen Faktor, dann haben wir ().
00:03:13:09	L	So, ... sehr schön. ... Also, bis hier sind wir uns einig. Bis auf eine Gruppe haben alle das da herausgefunden, hm. Ich möchte euch noch eine andere Lösungsmöglichkeit zeigen.
00:03:26:26	L	Die pf- hilft euch dann vielleicht, den Weg zu finden. Wie viele Möglichkeiten hat der erste, wenn er absitzen will? ... Person A, wieviel Möglichkeiten?

- 00:03:44:09 Sn Vier.
- 00:03:45:04 L Vier. So, jetzt sitzt diese Person. ... Jetzt kommt die Ve-Pe- Person B. Wie viel P- -eh- Möglichkeiten hat jetzt noch die Person B, um auszuwählen?
- 00:03:58:06 L Jonas?
- 00:03:59:04 Sn Drei.
- 00:04:00:12 L Drei.
- 00:04:02:08 L Jetzt kommt die Person C. Die hat jetzt noch wie viel Möglichkeiten?
- 00:04:08:08 S Zwei.
- 00:04:09:16 L Zwei. ... Und die letzte Person hat dann nur noch eine Möglichkeit hm? Wenn ich das jetzt da anschau ... vier mal drei mal zwei ... gibt ... vierundzwanzig. Ist nämlich das da.
- 00:04:29:28 L Und jetzt kam das Problem mit fünf.
- 00:04:38:04 L Ihr habt herausgefunden, mit fünf, da muss man das Resultat von vier nehmen, das war die vierundzwanzig, und dann noch mal fünf nehmen. Gibt hundertzwanzig.
- 00:04:48:04 L Das habt ihr herausgefunden, beide Gruppen. Jetzt geht es noch darum, das mathematisch etwas einfacher zu gestalten. Das da war vier mal drei mal zwei mal eins.
- 00:05:00:19 L Dann ist das da?
- 00:05:04:05 Sn Fünf mal.
- 00:05:07:28 L So, wenn ich jetzt N nehme? ... Möglichkeiten? Was muss ich jetzt da schreiben? ... N ... mal N ... minus eins, mal N minus zwei, mal N minus drei, mal N minus vier, ... aber jetzt wird es schwierig.
- 00:05:30:04 L Fünf, sechs, sieben und so weiter. Und da hat man jetzt eine vereinfachte Schreibweise gefunden. ... Nämlich, das Resultat hier, wird so geschrieben.
- 00:05:44:02 L Und diesem Ausdruck da sagt man: N Fakultät.

Lektionsausschnitt 4: Zusammenfassung und Anschlussaufgaben [6:06]

Sequenz 4a: Hauptteil

- 00:00:00:00 L Also, Resultat bei drei Personen ist es drei Fakultät. Bedeutet, drei mal zwei mal eins.
- 00:00:10:10 L Resultat bei vier Personen: vier Fakultät. Vier mal drei mal zwei mal eins. Bei fünf Personen, fünf mal vier mal drei mal zwei mal eins. ... So.
- 00:00:25:04 L Das müsst ihr euch merken: Fakultät. Und das haben wir auch auf dem Taschenrechner. Jetzt nehmt mal den hervor.
- 00:00:33:29 L Jetzt könnt ihr schauen, irgendwo ist das Fakultätszeichen. ... N Fakultät. ... Bei Zahl drei. X Fakultät.

- 00:00:44:01 L So, jetzt, ... versucht mal rasch sechs Fakultät, und dann sollte siebenhundertzwanzig herauskommen. Stimmt's?
- 00:00:56:00 L So.
- 00:01:07:03 L Gut. Stopp rasch, jetzt möchte ich gerade das da, diesen Gedanken, den wir hatten.
- 00:01:13:07 L Am Anfang habe ich euch gefragt, wie oft mal müssen wir mit dem Bähnchen nach B- Worb, nach Bern fahren, wenn wir vier Personen sind im Coupé?
- 00:01:19:23 L Also, je-, die Antwort wäre jetzt demzufolge?
- 00:01:24:04 L Vierundzwanzig mal. Hm. So! Wie oft mal müssen wir das machen, wenn wir acht Personen sind? Jetzt könnt ihr relativ rasch die Antwort finden.
- 00:01:48:09 Sn Eh, viertausenddreihundertzwanzig.
- 00:01:50:10 L Vierzigtausend- dreihundert- zwanzig mal. ... Oh! ... Das ist schon viel he? Eh, gehen wir ein wenig herunter mit der Überlegung. Wir machen (jetzt) Fahrt nach Bern.
- 00:02:07:07 L Zu acht, wollt diese Möglichkeiten machen. Alle Sekunden wechselt ihr den Platz.
- 00:02:14:29 L Also, wir, wie lang geht das, schon nur von dem? Das sind Sekunden. ... Jetzt will ich Minuten machen. Also, was muss ich?
- 00:02:25:09 Sn (Durch sechzig).
- 00:02:26:10 L Gibt?
- 00:02:34:26 Sn Sechshundertsiebzog Komma
- 00:02:37:00 L Was?
- 00:02:37:18 S Minuten, also sechshundertsiebzog Minuten, dreissig Sekunden.
- 00:02:40:21 L Sechshundertsiebzog ... , ja, also sechshundertsiebzog Minuten ungefähr. Hm? So. ... Was entspricht das etwa? Tagen oder Stunden?
- 00:02:55:00 L Nur ganz grob gesagt.
- 00:02:57:06 Sn Eh, elfeinhalb Stunden.
- 00:02:58:20 L Ja, elf Komma fünf Stunden. Voilà! Also, ihr müsst elfeinhalb Stunden lang Platz tauschen, damit wir alle Möglichkeiten haben. Alle Sekunden einmal. ... Hm!
- 00:03:17:06 L Ich möchte das noch, noch etwas anders haben. Wir haben da Minuten, jetzt machen wir Schullektionen daraus. Wie viele Schullektionen sind das etwa?
- 00:03:24:15 L Eine Lektion hat fünfundvierzig Minuten, hm? Also sechsundsiebzog durch fünfundvierzig.
- 00:03:32:02 Sn Vierzehn Komma acht.
- 00:03:32:28 L Vierzehn. Also vierzehn Komma acht Lektionen. So. ... Das ist mit acht Schülern der Fall, hm? ... So. Jetzt, kleine Aufgabe.

- 00:03:44:03 L Jetzt wollen wir genau das gleich Spiel durchführen mit der ganzen Klasse. Wir sind fünfzehn. Stopp, keine Taschenrechner! Jetzt - eh -.
- 00:03:51:25 L Mit der ganzen Klasse. ... Nur überlegungsmässig, wie gross ist diese Zahl? Es gibt eine Riesenzahl.
- 00:03:58:23 L Sechzehn Personen, also sechzehn Fakultät, die wechseln jede Sekunde den Platz.
- 00:04:04:21 L Wir haben, ... eh sechsunddreissig Lektionen Schule pro Woche, und wir haben neununddreissig Schulwochen ... pro Jahr.
- 00:04:14:12 L Wie lange müssen wir zur Schule gehen, bis wir diese Sp- Möglichkeiten durchgesetzt haben. Jede Gruppe da, rasch überlegen, wie lange geht das.
- 00:04:22:29 L Ist es ein Jahr, zwei Jahr oder dr- ein Monat? So- ihr dürft den Taschenrechner nicht brauchen im Moment. Und dann schreibt ihr da vorne eine Schätzung hin.
- 00:04:32:09 L Ihr seid Gruppe A.
- 00:04:39:15 L Elisa, ihr seid Gruppe B. Ihr seid Gruppe C und ihr seid Gruppe D.
- 00:04:45:24 L Eh, Taschenrechner nicht brauchen, nachher dann. ... Eine Schätzung.
- 00:04:58:02 L Sagt nur etwas! Also ich habe euch gesagt, rechnet mit Monaten oder Jahren.
- 00:05:09:02 L Noch zehn Sekunden, dann schreibt ihr etwas hin, da vorne.
- 00:05:18:03 L So, jemand der Gruppe schreibt etwas hin, los! ... Entscheidet euch.
- 00:05:32:26 L Gut! ... Hinschreiben, schreibt etwas.

Sequenz 4b: Schluss

- 00:05:35:12 L Gut! Also die Zahl sechzehn Fakultät. Umgesetzt pro Sekunde eine Aktion. Also, es ist also so Sekunden.
- 00:05:46:07 L Also ihr müsst fünfeinhalb Millionen Jahre zur Schule gehen, bis ihr- bis wir alle Möglichkeiten durchgespielt hätten, theoretisch. Nur zum sagen, es ist eine riesengrosse Zahl
- 00:05:57:19 L Sechzehn Fakultät. So. ... Ich wollte euch das nur so zwischendurch zeigen, wie gross eigentlich solche Zahlen sind.