

Hans Werner Heymann

PÄDAGOGIK

Allgemeinbildung und Mathematik

2. Auflage



Leseprobe aus: Heymann, Allgemeinbildung und Mathematik, ISBN 978-3-407-29323-7
© 2013 Beltz Verlag, Weinheim Basel

<http://www.beltz.de/de/nc/verlagsgruppe-beltz/gesamtprogramm.html?isbn=978-3-407-29323-7>

Vorwort zur Neuauflage

Als im Jahre 1996 das vorliegende Buch in erster Auflage erschien, löste es heftige Kontroversen aus über die Bedeutung, den Auftrag und den Reformbedarf des Mathematikunterrichts an allgemeinbildenden Schulen. Die von mir vorgetragene bildungstheoretisch begründete Kritik am herkömmlichen Mathematikunterricht – in einigen Medien wurde sie verkürzt bis verfälschend rezipiert – polarisierte sowohl die Mathematiklehrerschaft als auch die universitäre Fachwelt. Vor allem mein Plädoyer für eine Aufwertung lebensnützlicher Mathematik und alltagsnaher Anwendungen zugunsten jener weit überwiegender Mehrheit der Schülerinnen und Schüler, die später keinen mathematiknahen Beruf ergreifen, wurde von mathematisch sozialisierten Kritikern meines Ansatzes als eine Abwertung ihres Fachs wahrgenommen. Von anderen wurde es als überfälliger Reformimpuls begrüßt.

Seither ist viel geschehen. Als Reaktion auf das mittelmäßige Abschneiden deutscher Schüler in den internationalen Vergleichsstudien TIMSS und PISA verordnete sich die deutsche Bildungspolitik einen Schwenk: Bundesweit geltende Bildungsstandards wurden formuliert, Lehrpläne zu Kernlehrplänen überarbeitet, regelmäßige Lernstandserhebungen durchgeführt, neue Akzente in der Aus- und Fortbildung von Lehrern gesetzt. Unter dem Banner der "Outputorientierung" sollte schulischer Fachunterricht als kompetenz- und standardorientierter Unterricht neue Qualität und höhere Effizienz gewinnen. Diese Entwicklungen und auch Forschungsergebnisse der letzten Jahre werden in meinem Buch nicht berücksichtigt. Ist es deshalb veraltet?

Ich denke, nein – und ich habe mich gegen eine Aktualisierung entschieden, die nach so vielen Jahren auf ein neues Buch hinausgelaufen wäre. Vieles deutet darauf hin, dass die jüngsten Reformen in der Alltagspraxis des Mathematikunterrichts weniger geändert haben, als Befürworter gehofft und Skeptiker befürchtet haben: Der herkömmliche Mathematikunterricht hat Merkmale eines trägen Tankers, der sich trotz "Neubeflagung" nur schwer auf einen neuen Kurs bringen lässt. In vielen Diskussionen ist mir bestätigt worden, dass die in meinem Buch vorgetragenen Grundgedanken nach wie vor Bestand haben. Das zugrunde gelegte Allgemeinbildungskonzept, das auch für andere Schulfächer Impulse gibt, und die umfassende Bestandsaufnahme des schulischen Mathematikunterrichts aus bildungstheoretischer Perspektive können gerade angesichts der Hektik so vieler sich überstürzender Reformen ruhiges Nachdenken fördern und Orientierung bieten.

Seit einigen Jahren war das Buch vergriffen. Da es an einer Reihe von Universitäten und Studienseminaren in der Mathematiklehrerbildung nach wie vor als Standardwerk eingesetzt wird, freue ich mich über die Neuauflage und danke dem Beltz Verlag, dass er sie ermöglicht hat.

Werther (Westfalen), am 22. April 2013

Hans Werner Heymann

1. Einleitung

Anfälligkeit für Esoterik ist das charakteristische Übel, welches den Nutzen der Mathematik in der allgemeinen Bildung zunichte machen kann. Macht sich der Mathematikunterricht nicht von solcher Esoterik frei, so müssen wir uns eben damit abfinden, daß kultivierte Menschen im allgemeinen es nur zu einem miserabel geringen Maß an mathematischer Einsicht bringen werden.¹

Alfred N. Whitehead, 1913

Mathematik war für mich eher eine Last, die es so schnell wie möglich loszuwerden galt. Was mich an der Mathematik immer abschreckte, war diese oft abstrakte Materie, diese Formeln und Zahlen bzw. Buchstaben, deren Sinn und Zusammenhang ich nicht durchschauen konnte.²

Eine Lehrerstudentin, 1988

Weltweit wird Mathematik an allgemeinbildenden Schulen als Kern- und Pflichtfach unterrichtet. International und kulturübergreifend, unabhängig auch vom politischen System, herrscht anscheinend Übereinstimmung, daß allen Heranwachsenden durch die Schule eine Grundausrüstung an mathematischen Fertigkeiten und Denkweisen vermittelt werden sollte.

Diese zentrale, nur selten grundsätzlich in Zweifel gezogene Stellung der Mathematik im schulischen Fächerkanon steht nun aber in scharfem Kontrast zu einer Reihe von Problemen. Auf den ersten Blick stellen sie sich etwa wie folgt dar:

Sehr viele Kinder, Jugendliche und Erwachsene haben mit der Mathematik enorme Schwierigkeiten, die für die Betroffenen mit den Besonderheiten dieses Faches zusammenhängen. Die Mathematik, die sie sich in der Schule anzueignen haben, gewinnt für sie vielfach nur den Status von Prüfungswissen, das oberflächlich gelernt und entsprechend schnell wieder vergessen wird. Insbesondere die "Abstraktheit" der Mathematik wird als Handicap erlebt: Für viele Schülerinnen und Schüler³ dominiert der Eindruck, daß sie es mit einem undurchschaubaren, unverständlichen Begriffsgefüge und Regelwerk zu tun haben. Und obgleich auf kein Fach, abgesehen von der Muttersprache, mehr Unterrichtszeit verwendet wird, bleiben selbst Kenntnisse und Fertigkeiten defizitär, die sich auf elementare mathematische Sachverhalte beziehen.⁴

Dem korrespondiert oft eine sehr negative Einstellung zum Fach, das dann als Ganzes abgewertet wird. Nicht selten kokettieren gerade Akademiker damit, "von Mathematik keine Ahnung" zu haben (vgl. etwa Fölsch 1975, S. 155f).

Entsprechend gering sind die oft beschworenen Bildungswirkungen des Mathematikunterrichts bei der Mehrzahl der Heranwachsenden einzuschätzen. Mit der Institutionalisierung des Mathematikunterrichts war und ist stets die Hoffnung ver-

knüpft, daß in ihm mehr zu lernen sei als nur der anstehende mathematische Stoff: Schon vor der Einführung eines allgemeinbildenden Schulsystems wurde die Mathematik – von Platon, Humboldt und vielen anderen – als ausgezeichnetes Mittel zur Schulung des Geistes gepriesen, jenseits aller Nützlichkeitsabwägungen. Der reale Mathematikunterricht scheint derartige Bildungswirkungen weitgehend zu verfehlen; zumindest lassen sie sich kaum empirisch nachweisen. Nur bei einer Minderheit scheinen Fähigkeiten wie systematisches und kritisches Denken, Problemlösen, Mathematisieren und rationales Argumentieren durch den Mathematikunterricht gefördert zu werden.

Hinzu kommt: Die Kluft zwischen der üblichen Schulmathematik und den mathematischen Anwendungen, die unsere von Technik und Automatisierung geprägte Lebenswelt ermöglicht haben, läßt sich immer schwerer überbrücken. Objektive und subjektive Bedeutsamkeit der Mathematik klaffen mehr und mehr auseinander: Einerseits wird unsere Umwelt immer umfassender von Entwicklungen beherrscht und von Produkten durchsetzt, die ohne differenziertes mathematisches Wissen und Können einer relativ kleinen Gruppe anspruchsvoll ausgebildeter Fachleute nicht denkbar wären. Andererseits tendiert die Mathematik dazu, hinter ihren Anwendungen zu verschwinden. Diejenige Mathematik, auf der unser Lebensstandard beruht, ist in die Technik, die wir nutzen, sozusagen unsichtbar eingebaut. Sie macht sich selbst, aus der Sicht des Techniknutzers, überflüssig: Die Bedienung einer Computerkasse im Supermarkt setzt weniger "mathematisches" Können voraus als die Berechnung des Kaufpreises mit Papier und Bleistift. Daß das in der Schule erworbene mathematische Wissen ihnen für ihr Leben nützlich sei, abgesehen von einigen sehr elementaren Fertigkeiten, können Schüler oder Erwachsene, sofern sie keinen mathematiknahen Beruf ausüben, kaum noch erfahren.

Angesichts der genannten Probleme muß sehr ernst genommen werden, was ich, provokativ zugespitzt, als Ausgangsthese formuliere: *Der herkömmliche Mathematikunterricht an allgemeinbildenden Schulen wird weder absehbaren gesellschaftlichen Anforderungen noch den individuellen Bedürfnissen und Qualifikationsinteressen einer Mehrzahl der Heranwachsenden gerecht.*

Die Entscheidung, alle Kinder und Jugendlichen von Staats wegen während ihrer gesamten Schulzeit zum Mathematiklernen zu nötigen, bedarf vor dem skizzierten Hintergrund stichhaltiger Begründungen – es sei denn, man gäbe sich mit der unbestreitbaren Funktionalität des Mathematikunterrichts als Selektionsfach sowie als Mittel zur Nachwuchsrekrutierung für mathematische und mathematiknahe Berufe zufrieden. Die gängigen Argumente, die immer wieder zugunsten eines allgemein verpflichtenden Mathematikunterrichts vorgebracht werden, finden sich – zeitgeistkonform variiert – in den Präambeln alter wie neuer Lehrpläne und Richtlinien. Ihre Berechtigung jedoch muß in Anbetracht der oben genannten Probleme höchst zweifelhaft erscheinen. Besonders verbreitet ist z. B. der Hinweis auf die objektive Bedeutung der Mathematik, sowohl in praktischer wie auch geistesgeschichtlicher Hinsicht: daß die Mathematik die Entfaltung unserer neuzeitlichen Zi-

vilisation, vermittelt vor allem durch die Naturwissenschaften und die Technik, erst ermöglicht hat und weiterhin ermöglicht; und daß sie schon für sich, ungeachtet ihrer praktischen Anwendungen, eine Kulturschöpfung ersten Ranges darstellt. Doch aus dem einen wie aus dem anderen Sachverhalt folgt in keiner Weise, wieviel und welche Mathematik alle Heranwachsenden zu ihrem eigenen und der Gesellschaft Nutzen lernen sollten. Die Unbezweifelbarkeit der Prämisse wird in der gängigen Betrachtungsweise anscheinend mit der Stichhaltigkeit des gesamten Arguments verwechselt.

Auf den Punkt gebracht: Es wird nicht hinreichend zwischen *Wert und Bedeutung der Mathematik als solcher* und der *Notwendigkeit eines für alle verbindlichen Unterrichts in Mathematik* unterschieden. Dazu bedürfte es eines klar begründeten Standpunkts außerhalb des Faches: Denn weder aus der mathematischen Disziplin selbst noch aus einer Analyse der objektiven Verwendung der Mathematik in unserer Gesellschaft allein lassen sich Maßstäbe gewinnen, die bezüglich der Frage, welche und wieviel Mathematik alle Heranwachsenden in unserer Gesellschaft auf welche Weise lernen sollten, ein klares Urteil erlauben.

Im vorliegenden Buch wird der Versuch zu einer solchen Klärung auf der Basis eines zeitgemäßen Konzepts von Allgemeinbildung unternommen. Der gesuchte "außerfachliche" Standpunkt ist somit ein bildungstheoretischer. Gleichzeitig versteht sich diese Arbeit damit ausdrücklich als ein fachspezifisch konkretisierter Beitrag zur neueren Diskussion um Bildung und Allgemeinbildung in Deutschland, wie sie sich seit etwa 1977 in der pädagogisch interessierten Öffentlichkeit und mit gewisser zeitlicher Verzögerung innerhalb der Erziehungswissenschaft entwickelt hat.

Allgemeinbildungskonzepte dienen dazu, die Idee der Allgemeinbildung als einer grundlegenden Bildung für alle Mitglieder einer Gesellschaft zu verdeutlichen und im Blick auf die Schulpraxis zu konkretisieren. Trotz einer Vielzahl konkurrierender Allgemeinbildungskonzepte aus den letzten anderthalb Jahrzehnten, die sehr unterschiedliche Akzente setzen, ist nach wie vor in unserer Gesellschaft eine bestürzende Orientierungsunsicherheit zu verzeichnen, wenn es um Fragen der allgemeinen Schulbildung geht. Deshalb entwickle und begründe ich das eigene, in diesem Buch zugrundegelegte Ausgangskonzept ausführlich. Es bildet den pädagogischen Kern der Arbeit.

Mit dem ausgearbeiteten Allgemeinbildungskonzept steht dann ein "Maßstab" zur Verfügung, der für eine Beurteilung und Kritik vorfindlichen Mathematikunterrichts herangezogen werden kann. Anhand dieses Maßstabs lassen sich planmäßig Merkmale eines alternativen Mathematikunterrichts bestimmen, der an einer konkretisierten Vorstellung von Allgemeinbildung ausgerichtet ist und deshalb das Prädikat "allgemeinbildend" beanspruchen kann.

Das Hauptziel der vorliegenden Arbeit ist somit, von einem bildungstheoretisch begründeten Standpunkt systematisch zu einem besseren Verständnis der eingangs skizzierten Defizite vorzustoßen und perspektivisch Umriss eines "allgemeinbildenden Mathematikunterrichts" zu entwerfen. Von vielen anderen, alten und neuen Versuchen, die Probleme des Mathematikunterrichts genauer zu bestimmen und für

sie nach Lösungen zu suchen, unterscheidet sich das vorliegende Buch dadurch, daß sich alle Überlegungen konsequent auf ein ausgearbeitetes zeitgemäßes Allgemeinbildungskonzept stützen. Und von vielen anderen, alten und neuen Versuchen, schulische Allgemeinbildung im Ganzen zu konturieren, unterscheidet sich das Buch dadurch, daß die Konsequenzen der allgemeineren Überlegungen für ein Fach, den Mathematikunterricht, sorgfältig durchdacht werden. Denn daß Unterricht an allgemeinbildenden Schulen überwiegend Fachunterricht ist, gehört wohl zu den kaum verrückbaren Rahmenbedingungen institutionalisierter allgemeiner Bildung: Wenn Allgemeinbildung gelingen soll, muß sie – in verschiedenen Fächern, versteht sich – *im* Fachunterricht und *durch* ihn gelingen.

Von gelegentlichen Ausblicken und Verweisen auf korrespondierende ausländische Bemühungen abgesehen, beschränke ich mich auf eine Auseinandersetzung mit der aktuellen deutschsprachigen Diskussion. Eine *systematische* Berücksichtigung einschlägiger ausländischer Ansätze⁵ hätte den Rahmen des Buches gesprengt und die Kapazität eines einzelnen Autors überfordert. Gleichwohl sind das hier entwickelte Allgemeinbildungskonzept und die Folgerungen, die daraus für den schulischen Mathematikunterricht gezogen werden, nicht exklusiv auf deutsche Verhältnisse zugeschnitten. Die vorgelegte Argumentation bietet durchaus Anknüpfungspunkte für das Überdenken des Mathematikunterrichts in Ländern anderer Nationalität, aber vergleichbarer Gesellschaftsstruktur.

Die vorliegende Arbeit sieht sich einer sozialwissenschaftlich aufgeklärten Hermeneutik verpflichtet und stellt sich methodologisch – im weitesten Sinne – in die Traditionslinie der geisteswissenschaftlichen Pädagogik. Die Forderung Wilhelm Flitners (1966, S. 18), Pädagogik als "réflexion engagée" zu betreiben, sie als Wissenschaft an die Probleme der Praxis rückzubinden, halte ich auch heute noch, möglicherweise gegen die Hauptströmung der Disziplin, für inspirierend, für richtungweisend und notwendig: Nach wie vor scheint es mir eine zentrale Aufgabe der Pädagogik als Human- und Handlungswissenschaft, für ihren Gegenstandsbereich sachliche und sprachliche Klärungen vorzunehmen, damit rationaler und mit Nutzen für alle Beteiligten über die gemeinsamen Angelegenheiten (die "res publicae") nachgedacht und verhandelt werden kann. Öffentliche Erziehung und Bildung, speziell "Allgemeinbildung" im Rahmen der allgemeinen Schulpflicht, ist eine "res publica" par excellence. Das trifft dann auf den Mathematikunterricht als intendierten Bestandteil von Allgemeinbildung ebenfalls zu.

Die hier vorgelegte Argumentation trägt damit über weite Strecken den Charakter einer systematischen "Suche". Gesucht werden vernünftige Ziele für begrenzte Bereiche gesellschaftlichen Handelns: für schulisches Lehren und Lernen insgesamt, wie im besonderen für schulisches Lehren und Lernen von Mathematik. Die Vorschläge, die ich in diesem Buch zur Diskussion stelle, erwachsen daraus, daß ich den begrenzten Bereich schulisch institutionalisierten Lernens von Mathematik im Lichte von Zielen betrachte, die in unserer Gesellschaft generell für schulisches Lernen und Handeln für vernünftig gehalten werden können. Die folgende Überlegung gilt auch für andere Schulfächer und Lernbereiche: Wenn es in unserer Ge-

sellschaft explizierbare und konsensfähige Vorstellungen davon gibt, was mit der Institution Schule bei der nachwachsenden Generation bewirkt werden soll, so wäre es unvernünftig, den Teilbereich mathematischen Lernens nach gänzlich anderen Kriterien zu gestalten und von den allgemeineren, im großen und ganzen für richtig gehaltenen Zielen abzuspalten.

Zwar zeigt sich die Angemessenheit globaler und abstrakter Zielsetzungen häufig erst daran, wie sie sich im Detail auswirken: Führen sie in der Praxis alltäglichen Handelns zu unerwünschten oder untragbaren Ergebnissen, so sind sie zu revidieren oder außer Kraft zu setzen. Aber um eine solche Unangemessenheit nachweisen zu können, müssen sie zunächst bis in ihre praktischen Konsequenzen hinein ausgeleuchtet werden. Immer wieder besteht die Neigung, das Nachdenken über das Fach Mathematik weitgehend unabhängig vom Nachdenken über Schule in ihren gesellschaftlichen und fachübergreifenden Bezügen zu betreiben. Die unkommunikative Arbeitsteilung zwischen Fachdidaktikern und allgemeinen Erziehungswissenschaftlern, die sich auf diese Weise etabliert hat, bis hin zur wechselseitigen Ignoranz, verhindert wichtige Lernprozesse auf beiden Seiten.⁶

- Die Erziehungswissenschaftler bringen sich um die Möglichkeit, ihre globaleren Überlegungen einer fachspezifischen Bewährungsprobe auszusetzen und möglicherweise einer Revision zu unterziehen.
- Die Fachdidaktiker können sich, unbehelligt von allgemeineren Reflexionen über den Sinn und Auftrag von Schule, fachspezifischen, wenn nicht fachspezialistischen Detailüberlegungen widmen, bis hin zur Blindheit gegenüber allen Überlegungen, die über das Fach hinausweisen.

Mit diesem Buch versuche ich, zwischen den getrennten Positionen eine Brücke zu schlagen und die wechselseitige Sichtbarkeit beider Welten füreinander zu erhöhen. Indem der übergreifende pädagogische Auftrag der Schule in Gestalt eines Allgemeinbildungskonzepts expliziert wird, wird ein Maßstab zur Verfügung gestellt, an dem auch Mathematikunterricht zu messen ist. Und indem Mathematikunterricht im Detail befragt wird, was er zur Allgemeinbildung beitragen kann, werden auch die Grenzen deutlich, die einer Determination des Spezielleren durch das Allgemeinere gesetzt sind; es wird deutlich, daß kein Allgemeinbildungskonzept einen guten Mathematikunterricht hervorzaubern kann, wenn es nicht durch fachliche Kompetenz und fachbezogene Phantasie ergänzt wird. Das Speziellere, das Schulfach also, gewinnt im Lichte der allgemeineren Idee Sinn und Kontur, gewinnt ein Korrektiv gegen das Sich-Verlieren ins Spezialistische. Und das Allgemeinere gewinnt in der Beleuchtung des Spezielleren konkrete Bedeutung und Handlungsrelevanz.

Die leitende These meines Buches und zugleich eine seiner wichtigsten Botschaften ist: Die Idee der Allgemeinbildung läßt sich, wenn sie hinreichend konkret und gegenwartsbezogen ausgearbeitet ist, in kritischer, klärender und orientierender Funktion und durchaus folgenreich auf die Probleme schulischen Fachunterrichts (hier: Mathematikunterrichts) beziehen. Jenseits seiner im engeren Sinne wissen-

schaftlichen Intentionen ist das praktische Anliegen dieses Buches, in dem viele traditionsreiche pädagogische Ideen neu betrachtet und befragt werden, ein eher konservatives – allerdings nicht im Sinne der üblichen politischen Polarisierung: Es zielt weder auf eine grundsätzliche Revolutionierung der Vorstellungen von Allgemeinbildung noch auf eine radikale Umgestaltung des Mathematikunterrichts oder der Schule insgesamt; sondern es sucht Anstöße zur Veränderung unbefriedigender Praxis durch Verbindung von üblicherweise Getrenntem zu geben, durch Erinnerung an vernachlässigte und vergessene Zusammenhänge, durch Integration und dialektische Zusammenschau.⁷

Zum Aufbau des Buches im einzelnen

Zunächst werden gesellschaftliche Hintergründe und bestimmende Merkmale der neueren Bildungsdiskussion skizziert sowie einige Folgerungen aus ihrem bisherigen Verlauf gezogen; auf dieser Basis können dann die Termini "Bildung" und "Allgemeinbildung" begriffskritisch untersucht und die mit ihnen bezeichneten pädagogischen und gesellschaftlichen Probleme präziser bestimmt werden (Kapitel 2). Anschließend werden sieben unterscheidbare, miteinander verschränkte Aufgaben des allgemeinbildenden Schulsystems ausformuliert und im Detail begründet; durch diese sieben Aufgaben wird das eigene Allgemeinbildungskonzept expliziert und im Blick auf die angestrebte pädagogische Kritik des Mathematikunterrichts als "Maßstab" handhabbar gemacht (Kapitel 3). Die Aufgaben werden dann systematisch dazu herangezogen, Defizite des gegenwärtig verbreiteten Mathematikunterrichts zu kennzeichnen und zu untersuchen, durch welche Innovationen auf verschiedenen Ebenen – curricular und die Unterrichtsgestaltung betreffend – er dem Anspruch der Allgemeinbildung besser gerecht werden könnte; dabei werden vorliegende fachdidaktische Konzepte unter der Idee der Allgemeinbildung neu bewertet und aufeinander bezogen (Kapitel 4). Eine Bündelung der wichtigsten Ergebnisse bildet den Abschluß (Kapitel 5): Welche Akzente müßten gesetzt werden, um einen im Wortsinne "allgemeinbildenden Mathematikunterricht" zu verwirklichen?

Danksagung

Mehr Personen, als ich hier einzeln nennen kann, haben zu diesem Buch beigetragen: durch erhellende Gespräche, durch Zustimmung und Widerspruch, durch kritische Rückmeldungen zu vorläufigen Fassungen sowie durch Erfahrungsmitteilung und Literaturhinweise. Von denen, deren Namen sich nicht im Haupttext finden, seien zumindest Rainer Opitz und Erwin Steinhoff erwähnt. Ihnen und allen anderen – Kolleginnen und Kollegen aus Schule und Hochschule, Freunden und Familienangehörigen – danke ich herzlich. Ich widme das Buch meiner Frau Karin.