

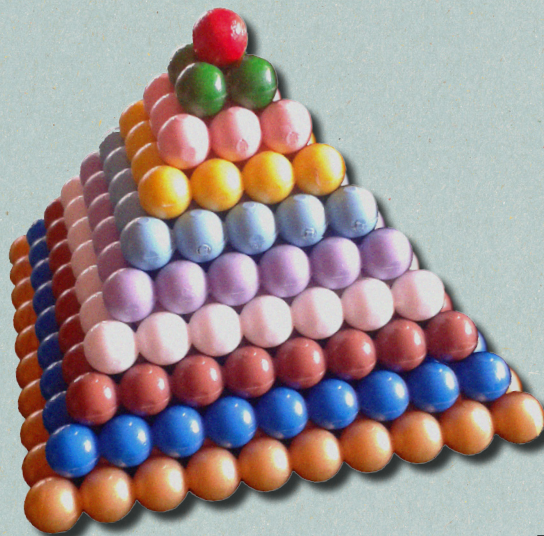
Elvira Hartmann
Werner Meininger



PÄDAGOGIK *praxis*

Mathe begreifen mit Montessori: Das kleine Einmaleins

Herausgegeben von Eva Schumacher



BELTZ

Vorwort

Das vorliegende Arbeitsbuch bildet den praxisbezogenen Auftakt der neuen bei Beltz erscheinenden reformpädagogischen Reihe »Individualisiertes Lernen mit Montessori«.

Geht es in dem parallel dazu veröffentlichten Einführungswerk »Montessori-Pädagogik verstehen, anwenden und erleben – Eine Einführung.« darum, das pädagogische Konzept Maria Montessoris im Ganzen anschaulich darzulegen, fokussiert der vorliegende Band den handelnden Umgang mit den Zahlen im komplexen Vermittlungskontext des kleinen Einmaleins.

Das Besondere und Interessante an diesem Praxisband ist, dass hier erstmals alle relevanten Materialien einbezogen und zum praktischen Einsatz aufbereitet sind, die aus dem großen Materialfundus der Montessori-Pädagogik zum Erfassen der Systematik und Gesetzmäßigkeit des kleinen Einmaleins zur Verfügung stehen.¹

Diese umfassende Zusammenstellung spiegelt das Anliegen der seit vielen Jahren in der Schulpraxis und in der pädagogischen Weiterbildung tätigen Autor/innen wider: Den beiden Montessori-Experten Elvira Hartmann und Werner Meininger geht es darum, pädagogische Fach- und Lehrkräfte dazu zu befähigen, Kinder bzw. Schülerinnen und Schüler anhand konkreter Materialien in die grundlegenden mathematischen Zusammenhänge einzuführen und diese in ihrem individuellen Entwicklungsrhythmus und eigenen handelnden Tun zu unterstützen.

Damit entspricht der vorliegende Band dem zentralen pädagogischen Prinzip Maria Montessoris »Hilf mir, es selbst zu tun!« in zweifacher Hinsicht: Zunächst werden die an der Montessori-Pädagogik interessierten Lehrkräfte – auch diejenigen ohne Montessori-Diplom – anhand der gut nachvollziehbaren didaktischen Anregungen und praktischen Beispiele in die Lage versetzt, sich die Systematik der vielfältigen Materialien selbst anzueignen. Im Anschluss daran profitieren die Kinder, indem ihnen die Materialien von ihren Erzieherinnen, Erziehern und Lehrkräften im Rahmen der Freiarbeit dargeboten und zur selbständigen Auseinandersetzung und Übung zur Verfügung gestellt werden.

Dass die Erschließung und Nutzbarmachung der vorliegenden Handreichungen lohnt, erschließt sich aus der folgenden Tatsache: Kinder lieben große Zahlen, und die Eroberung und Beherrschung des kleinen Einmaleins ist die »Eintrittskarte« für den sicheren Umgang mit den Herausforderungen der »großen Mathematik« schlechthin.

Im Hinblick auf diese Perspektive fordert dieser Praxisband die verantwortlichen Erzieherinnen und Erzieher sowie auch Lehrkräfte zum Aktivwerden auf. Denn wer wollte Kindern, die sich die große und spannende Welt der Zahlen erobern wollen, diesen Eintritt vorenthalten?

Abschließend soll im Zusammenhang der – auch in diesem Buch einbezogenen – Materialien nicht versäumt werden, auf Folgendes hinzuweisen: Seit dem Wegfall der entsprechenden Exklusivrechte weisen die von zahlreichen Verlagen angebotenen Montessori-Materialien hinsichtlich Ausgestaltung, Ausfertigungsqualität und Preisgestaltung bemerkenswerte Unterschiede auf. Diesbezüglich ist von Belang, dass auch die kostengünstigen Materialien den von Maria Montessori entwickelten mathematikdidaktischen Prinzipien entsprechen. Darüber hinaus können einige der klassischen Materialien sowie insbesondere die Aufgabensätze selbst hergestellt werden. Weitere, zunehmend auch kostenlose Unterstützungsangebote lassen sich im Internet finden. Dies trifft u. a. auf einige der in diesem Praxisbuch vorgestellten Materialien zum Einmaleins zu (s. auch »Materialien selbst herstellen«, S. 48).

Eva Schumacher
(Herausgeberin)

1 Die farbigen Abbildungen der Materialien sowie die Kopiervorlagen, die in diesem Band als Schwarzweiß-Fotografie abgedruckt sind, stehen auf der Produktseite zu diesem Buch unter www.beltz.de zum kostenfreien Abruf bereit.

2

Einführung – Multiplikation, kleines Einmaleins und Aufbau des Buchs

Bei Maria Montessori gehen der arithmetische, der geometrische und der algebraische Aspekt immer Hand in Hand. Im Kern geht es darum, diese verschiedenen Sichtweisen bei der Thematisierung eines bestimmten mathematischen Sachverhalts stets zu beachten. So auch bei der Multiplikation. Hier werden zum Beispiel die unterschiedlichen Einmaleinsreihen zum einen mit den Perlenstäbchen gelegt und erfasst, und sie erscheinen in Rechtecken und Quadraten, wie bei der Einführung der Materialien in den Abschnitten 4.1. bis 4.6. deutlich wird.

Durch das Legen der Einmaleinsreihen mit den Perlenstäbchen wird das Kind zum Beispiel für den geometrischen Aspekt sensibilisiert, das Darstellen der Einmaleinsreihen mit dem Goldenen Perlenmaterial bringt ihm hingegen den dekadischen bzw. arithmetischen Aspekt näher.

Für die konkrete wie auch für die bildliche (ikonische) Darstellung gilt es, zwischen »Multiplikand« und »Multiplikator« zu unterscheiden.

Für das Kommutativgesetz gilt: $a \cdot b = b \cdot a$

Beispiel: Die Einmaleinsaufgabe $4 \cdot 6$ wird mit vier übereinander liegenden Sechserstäbchen ausgelegt. Dadurch entsteht ein Rechteck (geometrische Dimension). Ein Rechteck entsteht aber auch dann, wenn die Aufgabe $6 \cdot 4$ mit sechs Viererstäbchen gelegt wird. Der Größenvergleich zeigt, dass beide Rechtecke gleich groß sind und dass die Summe der Perlen gleich ist. Lediglich die Farbe der Rechtecke ist unterschiedlich: Einmal ist das Rechteck lila, entsprechend der Farbe der Sechserstäbchen, das andere Mal gelb, entsprechend der Farbe der Viererstäbchen. Im Rahmen des wiederholten und vielfältig aufgabenbezogenen handelnden Umgangs mit den Perlenstäbchen zur Multiplikation eignet sich das Kind (unbewusst) die Grundregeln des Kommutativgesetzes an.

Grundsätzlich geht es in der Montessori-Mathematik darum, den Kindern die Möglichkeit einzuräumen, sich möglichst lange und ausgiebig auf dieser konkreten Ebene zu bewegen, d.h. in der Auseinandersetzung mit den Materialien arithmetische, algebraische und geometrische Zusammenhänge *von der Hand in den Kopf* zu erfahren.

Hierbei ist von Belang, dass die zum Einsatz gebrachten Mathematik-Materialien nicht nur den eigenen fachspezifischen logisch-systematischen, sondern zugleich auch den allgemeinen Qualitätsmerkmalen genügen, die für alle Materialbereiche der Montessori-Pädagogik gelten. Hierzu zählen zum Beispiel die Ästhetik, die unbegrenzte Wiederholbarkeit und auch die Möglichkeit zur Selbstkontrolle (Schumacher 2016, S. 57 f.).

Das letztgenannte Prinzip ist für den Erwerb des kleinen Einmaleins von besonderer Wichtigkeit, denn dieses gewährt den Kindern im Verlauf ihres Lernprozesses, zahlreiche Aufgabenergebnisse selbst zu kontrollieren. Auch fördert es die mathematische Selbstbildung und führt das Kind zunehmend zur angestrebten Unabhängigkeit von der Lehrkraft und zu mehr Eigenverantwortlichkeit.

Zum weiteren Aufbau des Buchs

Im folgenden dritten Kapitel »Die einbezogenen Mathematikmaterialien« geht es zunächst darum, die in diesem Buch berücksichtigten Materialien zum kleinen Einmaleins vorzustellen. In diesem Rahmen wird jedes Material einzeln abgebildet und näher beschrieben, aus Gründen der besseren Nachvollziehbarkeit punktuell ergänzt durch einige beachtenswerte Hintergrundinformationen.

Im Anschluss daran führt das vierte Kapitel »Die Arbeit mit den Materialien« in die Systematik und Funktionsweisen der Materialien ein. Ausgehend vom Alter und von den Vorerfahrungen der Kinder verdeutlichen diese Anleitungen Schritt für Schritt, wie den Kindern das kleine Einmaleins anhand der einführenden Unterstützung durch die Lehrkraft und mit Hilfe der konkreten Materialien begreifbar gemacht werden kann, und welche jeweiligen Zielsetzungen hiermit verknüpft sind (4.1. bis 4.6.).

In den Abschnitten 4.7. bis 4.8. findet vorrangig die symbolische Ebene Beachtung. Von dieser Ebene ausgehend haben »Multiplikator« und »Multiplikand« eine untergeordnete Bedeutung. Deshalb wird hier nicht mehr zwischen diesen beiden Bezeichnungen unterschieden, sondern der Begriff »Faktor« eingeführt und konsequent verwendet.

Das letzte Kapitel »Die Kopiervorlagen in der Übersicht« beinhaltet eine Zusammenstellung aller Kopiervorlagen, einschließlich der Anleitungen zur Erstellung der unterschiedlichen Arbeitshefte. Anhand dieser Angaben können die Kinder die unterschiedlichen Zahlenreihen des kleinen Einmaleins selbstständig üben und festigen.

Das kleine Einmaleins beinhaltet auch das Einsdurcheins, was auf der konkreten Ebene sichtbar wird. Jedoch sind die Materialien zu den Grundaufgaben der Division in diesem Buch aus Gründen der besseren Übersichtlich- und Überschaubarkeit nicht mit einbezogen. Dem liegt auch die Überlegung zu Grunde, dass Kinder mit Sicherheit bereits innerhalb der Familie oder bei der Arbeit mit verschiedenen anderen Freiarbeits- bzw. Montessori-Materialien mit dem Verteilen in Kontakt gekommen sind. So wird der Aspekt des Verteilens zum Beispiel beim Umgang mit den Materialien »Ziffern und Chips« (Verteilen auf 2), »Goldenes Perlenmaterial« (Verteilen an mehrere Teilhabende) deutlich. Bei den »kurzen Ketten« (zum Beispiel bei der Viererkette anhand des Teilens durch 4) ist es der Aspekt des Aufteilens.

Letztlich könnte die Darstellung von Einmaleinsaufgaben und Quadratzahlen auch am Wurzelbrett erfolgen. Allerdings wurde auch dieses Material im vorliegenden Praxisheft bewusst nicht aufgenommen. Der Grund hierfür liegt darin, dass die Kinder dieses Material zum gegebenen Zeitpunkt in unmittelbare Verbindung mit dem Wurzelziehen bringen sollen.

3 Die einbezogenen Mathematikmaterialien

Maria Montessori war davon überzeugt, dass die Auseinandersetzung mit strukturorientierten und mathematischen Sachverhalten nicht nur für den kognitiven Bereich, sondern für die gesamte Persönlichkeitsentwicklung des Kindes von großer Wichtigkeit ist (Schumacher 2016, S. 39 ff.). Dies erklärt, dass die Mathematikmaterialien im Rahmen der Montessori-Pädagogik nicht nur in Bezug auf ihren Umfang, sondern auch aus pädagogisch-didaktischer Sicht einen zentralen Stellenwert einnehmen.

Die von Maria Montessori entwickelten Mathematikmaterialien verfügen über eine klare Struktur und Beschaffenheit, was sich nicht nur hinsichtlich ihrer mathematischen Funktion, sondern auch in der Farbgebung widerspiegelt.

- Der Addition ist die Farbe Rot zugeordnet,
- der Subtraktion die Farbe Grün,
- der Multiplikation Gelb und
- der Division die Farbe Blau.

Zugleich sind die Materialien aufs engste aufeinander abgestimmt. Entsprechend lässt sich bei näherer Betrachtung eine beeindruckend konsequent eingehaltene Logik und Systematik erkennen, die sich zusammenfassend in unterschiedliche Bereiche einteilen lässt. So gibt es Materialien für den »Zahlenraum bis 10« und das »Lineare Zählen«, für die »Grundaufgaben zur Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division«, sowie das »Hierarchische Material« einschließlich der Materialien zum Wurzelziehen und Bruchrechnen (vgl. S. 47, »Alle Montessori-Mathematikmaterialien auf einen Blick«).

3.1. Grundaufgaben zur Multiplikation

Im Rahmen ihrer umfänglichen Entwicklungsarbeiten gelangten Maria Montessori u.a. zu der Überzeugung, dass die in der folgenden Tabelle dargestellten Zahlenräume in besonderem Maße geeignet sind, Kindern die basalen mathematischen Zusammenhänge zugänglich und begreifbar werden zu lassen. Insofern spiegelt der Begriff »Grundaufgaben« eine spezifische Kategorie innerhalb der Gesamtsystematik des Montessori-Mathematikmaterials wider, welche die vier Grundrechenarten, d. h. die Addition, Subtraktion, Multiplikation und Division, einbezieht (vgl. S. 47, »Alle Montessori-Mathematikmaterialien auf einen Blick«).

Tab. 1: Systematik Grundaufgaben

Rechenoperation/ Grundaufgabe	Zahlenraum	Kleinste Aufgabe	Größte Aufgabe
Addition	1 bis 18	1 + 1	9 + 9
Subtraktion	18 bis 1	1 - 1	18 - 9
Multiplikation	1 bis 100	1 · 1	10 · 10
Division	1 bis 81	1 : 1	81 : 9

Anhand der zur Multiplikation vorliegenden Materialien werden den Kindern viele Übungsmöglichkeiten geboten, um wichtige Einsichten zum kleinen Einmaleins gewinnen und festigen zu können. Unter Beachtung des Grundsatzes »vom Konkreten zum Abstrakten« führt der unterschiedliche und vielseitige Umgang mit den Grundaufgaben zur Multiplikation dazu, dass die Kinder das kleine Einmaleins zunehmend sicher auswendig beherrschen. Wie die obige Tabelle ausweist, bewegen sich die Grundaufgaben zur Multiplikation im Zahlenraum von 1 bis 100. Das ergibt sich daraus, dass die kleinste Aufgabe des kleinen Einmaleins $1 \cdot 1 = 1$ lautet und die größte $10 \cdot 10 = 100$.

Da es im vorliegenden Buch vornehmlich um das Erlernen des kleinen Einmaleins geht, beziehen sich die ausgewählten und im Folgenden näher vorgestellten Materialien überwiegend auf die Grundaufgaben der Multiplikation. Dies sind im Einzelnen:

- die »Perlenstäbchen zur Multiplikation«
- der »Decanomiteppich«
- das »Kunststoffmaterial zur Bildung des Decanoms«
- der »Zweifährige Aufgabenkasten (gelb) mit Ergebnisplättchen«
- der kleine Kasten (gelb) mit Ergebnisplättchen
- das »kleine Multiplikationsbrett«
- die »Multiplikationstabellen I, II und III«
- die »Kontrolltafeln I und II«
- das »Pythagorasbrett mit Kontrolltafel«

Perlenstäbchen zur Multiplikation

3.1.1.

Zu diesem Material gehört ein Kasten mit zehn Fächern, wobei jedes Fach jeweils 55 unterschiedlich farbige Perlenstäbchen beinhaltet, die der farbigen Perlentreppe entsprechen: Die Einerstäbchen sind rot, die Zweierstäbchen grün, die Dreierstäbchen rosa, die Viererstäbchen gelb, die Fünferstäbchen hellblau, die Sechserstäbchen lila, die Siebenerstäbchen weiß, die Achterstäbchen braun und die Neunerstäbchen blau. Zudem gibt es noch ein Fach mit goldenen Zehnerstäbchen. Werden alle Perlenstäbchen farben- bzw. größenmäßig in der richtigen Reihenfolge ausgelegt, erhält man die farbige Perlentreppe.

Weil die Perlenstäbchen zur Multiplikation sich jedoch nicht auf die Arbeit mit der Perlentreppe beschränken, sondern auch für andere Aufgaben herangezogen werden, liegt diesem Material eine kleine Schachtel mit einzelnen goldenen Perlen bei (obwohl diese eigentlich dem Hierarchischen Material zugeordnet werden, wie aus der Material-Übersicht im Anhang, S. 47, ersichtlich ist).

Des Weiteren bietet sich für die Arbeit mit den Perlenstäbchen zur Multiplikation ein Filzbrett der ungefähren Größe 50 cm · 50 cm an. Dies erfüllt den Zweck, dass die Stäbchen beim Legen der Aufgaben des kleinen Einmaleins nicht wegrollen können.

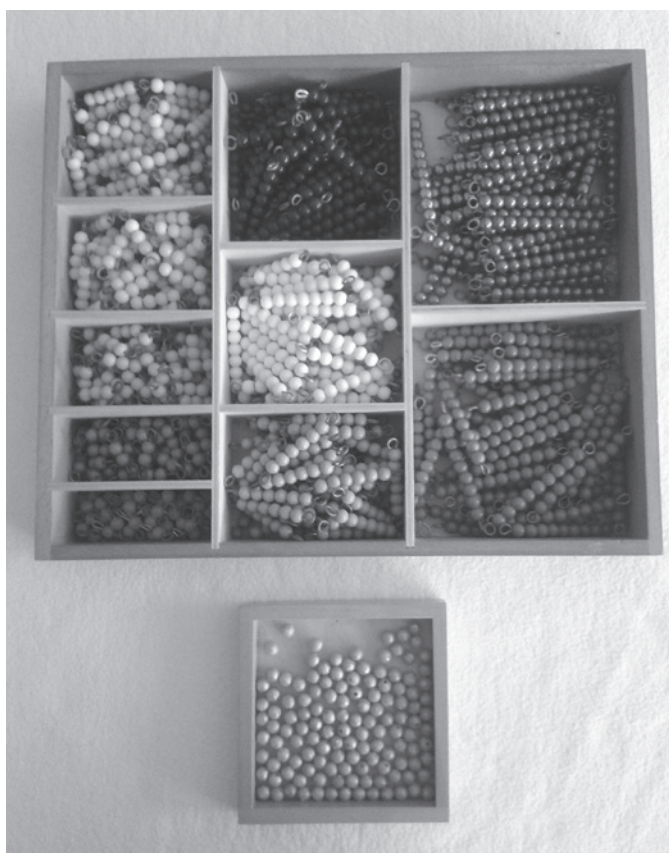


Abb. 1: Filzbrett, Kasten mit Perlenstäbchen zur Multiplikation, goldene Perlen

3.1.2. | Decanomteppich

Der Decanomteppich ist eine Stoffdecke, die zehn mal zehn Quadrate abbildet, wobei jedes Quadrat etwa 10 cm · 10 cm groß sein sollte, damit der Platz ausreicht, um jeweils zehn Zehnerstäbchen als Quadrat hineinzulegen. Da die von den Verlagen angebotenen Teppiche diesem Größenanspruch nicht genügen und zudem sehr teuer sind, bietet sich an, diesen in der optimalen Größe

selbst zu nähen oder nähen zu lassen (s. hierzu S. 48 »Materialien selbst herstellen«).

Die optimale Größe wird bestimmt durch die durchschnittliche Körpergröße eines sechsjährigen Kindes. Denn die Kinder sollten bei der Arbeit mit dem Decanom in der Lage sein, die Perlenstäbchen bequem von jeder Seite aus auch in die Felder auszulegen, die sich in der Mitte des Teppichs befinden. Die Farbe des Teppichs ist so gewählt, dass sie sich gut von den Farben der Perlenstäbchen abhebt, z. B. dunkelblau mit rot umrahmten Quadraten.

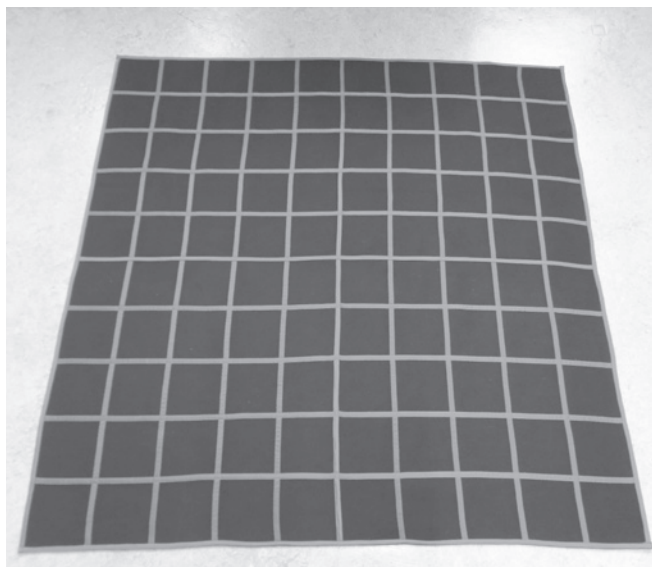


Abb. 2: Decanomteppich

3.1.3. | Kunststoffmaterial zur Bildung des Decanoms

Dieses Arbeitsmaterial ähnelt dem Material Perlenstäbchen zur Multiplikation. Anstelle von Perlenstäbchen enthält der Kasten allerdings insgesamt 100 aus Kunststoff gefertigte Rechtecke und Quadrate. Jede Rechteckgröße ist bis zur Quadratzahl des entsprechenden Perlenstäbchens zweimal vorhanden, jedes Quadrat nur einmal. Daraus ergeben sich insgesamt zweimal 45 unterschiedlich große Rechtecke (der Größe zwischen 1 cm · 2 cm und 9 cm · 10 cm) und zehn unterschiedlich große Quadrate mit einer Seitenlänge von 1 cm bis 10 cm. Zum Beispiel

liegen zwei Kunststoffrechtecke der Seitenlängen 1 cm · 4 cm, zwei Rechtecke je 2 cm · 4 cm und zwei Rechtecke der Größe 3 cm · 4 cm im Kasten, sowie das dieser Reihe entsprechende Quadrat in der Größe von 4 cm · 4 cm.

Die Farbzuordnung des Kunststoffmaterials entspricht wiederum den Farben der Perlenstäbchen. Zum Beispiel ist das Rechteck 3 · 6 lila (entsprechend der Farbe der Sechserstäbchen) und das Rechteck 6 · 3 rosa (entsprechend der Farbe der Dreierstäbchen). Aus Gründen der Systematik die im Ma-

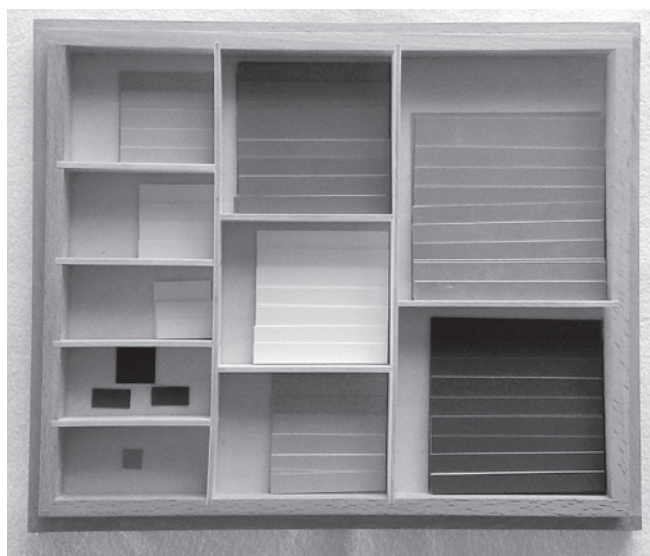


Abb. 3: Kunststoffmaterial zur Bildung des Decanoms

terial liegt (Tauschaufgaben) kommt das rosa Rechteck für $6 \cdot 3$ beim Kunststoffmaterial gar nicht, das lila Rechteck $3 \cdot 6$ dagegen zweimal vor.

Gelbe Kästen mit allen Aufgaben- und Ergebnisplättchen zum kleinen Einmaleins

3.1.4.

Sämtliche Aufgaben des kleinen Einmaleins liegen in Form von Kunststoffplättchen vor. Diese weisen kein Ergebnis aus und befinden sich in einem der zwei Fächer des zweifächerigen Aufgabenkastens (gelb). Die dazugehörigen Ergebnisplättchen liegen im benachbarten Fach. In dem zweiten, kleineren Kasten befinden sich hingegen die Ergebnisplättchen ohne Aufgaben. Die Aufgaben sowie die Ergebnisse sind zwecks besserer Orientierung einheitlich in gelber Farbe aufgedruckt (Abb. 4).

Für die Arbeit mit den gelben Kästen bietet sich ein Filzbrett an. Hierauf können die Ergebnisplättchen der Größe nach sortiert und ausgelegt werden, bevor mit der eigentlichen Aufgabe begonnen wird. Dies hat den Vorteil, dass die Ergebniskontrolle schneller vollzogen, d.h. die richtigen Ergebnisse bzw. Fehler leichter ermittelt werden können.

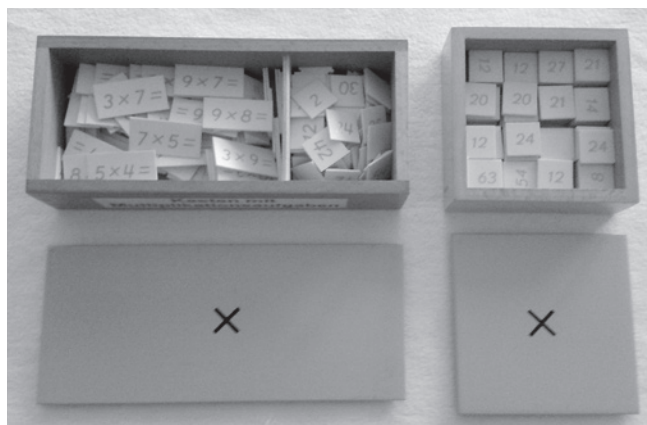


Abb. 4: Zweifächeriger Kasten mit den Aufgaben- und Ergebnisplättchen (links) und Kasten mit Ergebnisplättchen (rechts), einschließlich gelbem Deckel (unten).

Kleines Multiplikationsbrett

3.1.5.

Zum Kleinen Multiplikationsbrett gehören eine Schachtel mit roten Perlen, eine Schachtel mit den Multiplikandenplättchen von 1 bis 10 sowie eine rote Kreisscheibe mit einem Durchmesser von 2 cm und 2 mm Dicke (Abb. 5). Das kleine Multiplikationsbrett selbst ist ein quadratisches Holzbrett, in das 100 Mulden in der Größe der roten Perlen eingefräst sind.

Die rote Kreisscheibe wird in einer vorbereiteten Mulde auf dem Brett aufbewahrt, und die Plättchen mit den Multiplikanden werden jeweils beim Arbeiten am linken Rand des Holzquadrates in einen Schlitz geschoben. Oberhalb der ersten Vertiefungsreihe stehen die Zahlen von 1 bis 10. Sie bilden die Multiplikatoren. Die rote Kreisscheibe wandert beim Multiplizieren an dieser Reihe entlang.

Wenn es darum gehen soll, die Tauschaufgaben zu visualisieren und mit dem Kind gemeinsam zu reflektieren, wird ein selbstkonstruierter rechter Winkel aus Papierstreifen, aus Holzstäben oder aus gebogenem Draht auf das Brett gelegt, um das aufgabenbezogene Quadrat zu verdeutlichen (vgl. auch Abb. 41).

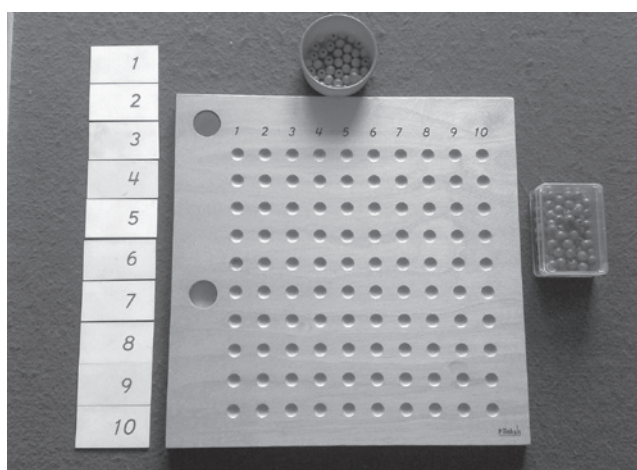


Abb. 5: Kleines Multiplikationsbrett mit dazugehörigem Material/Aufgabenbeispiel

3.1.6.

Multiplikationstabellen I bis III und Kontrolltafeln I und II

Es gibt drei Multiplikationstabellen sowie zwei Kontrolltafeln, die jeweils gelb umrandet sind. Die Deckel der Kästen mit den Aufgaben- und Ergebnisplättchen zum kleinen Einmaleins (vgl. 3.1.4.) sind wie schon erwähnt ebenfalls gelb. Das gleiche gilt für die Schriftfarbe der Aufgaben und Ergebnisse auf den Plättchen.

Multiplikationstabelle I

Auf dieser Tabelle sind alle Ergebnisse des kleinen Einmaleins aufgedruckt und in einem Quadrat bestehend aus zehn mal zehn Kästchen angeordnet. Die Anordnung entspricht der Systematik des Decanomteppichs. Während bei der Tabelle die Zahlen aufgedruckt sind (symbolische Ebene), werden in den leeren Feldern des Decanomteppichs die Perlenstäbchen abgelegt (konkrete Ebene). Die erste Zahlenreihe von 1 bis 10 ist blau und die erste Spalte mit den Ziffern 2 bis 10 ist rot unterlegt. Diagonal, von oben links nach unten rechts betrachtet, liegen die Quadratzahlen.

Multiplikationstabelle 1										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	

Abb. 6: Multiplikationstabelle I mit Ergebnissen des kleinen Einmaleins

Multiplikationstabelle 2										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	4									
3	6	9								
4	8	12	16							
5	10	15	20	25						
6	12	18	24	30	36					
7	14	21	28	35	42	49				
8	16	24	32	40	48	56	64			
9	18	27	36	45	54	63	72	81		
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	

Abb. 7: Multiplikationstabelle II mit Ergebnissen bis zu den Quadratzahlen

Multiplikationstabelle II

Die Tabelle II unterscheidet sich von Tabelle I dahingehend, dass die Ergebnisse nur bis zu den Quadratzahlen aufgedruckt sind. Die erste Spalte ist rot unterlegt und beinhaltet die Ziffern 1 bis 10.

Multiplikationstabelle III

Die Tabelle III ähnelt der Tabelle I. Die erste Reihe enthält die Zahlen von 1 bis 10 und ist blau, die erste Spalte links ist rot und beinhaltet die Zahlen von 2 bis 10. Alle anderen Felder der Tabelle sind frei.

Kontrolltafel I zur Multiplikation

Alle Aufgaben des kleinen Einmaleins sind auf dieser Tafel mit den jeweiligen Ergebnissen nach den Einmaleinsreihen geordnet ausgewiesen, wobei die Ergebniszahlen rot aufgedruckt sind.

Multiplikationstabelle 3										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2										
3										
4										
5										
6										
7										
8										
9										
10										

Abb. 8: Multiplikationstabelle III mit leeren Ergebnisfeldern

1 × 1 = 1	1 × 2 = 2	1 × 3 = 3	1 × 4 = 4	1 × 5 = 5	1 × 6 = 6	1 × 7 = 7	1 × 8 = 8	1 × 9 = 9	1 × 10 = 10
2 × 1 = 2	2 × 2 = 4	2 × 3 = 6	2 × 4 = 8	2 × 5 = 10	2 × 6 = 12	2 × 7 = 14	2 × 8 = 16	2 × 9 = 18	2 × 10 = 20
3 × 1 = 3	3 × 2 = 6	3 × 3 = 9	3 × 4 = 12	3 × 5 = 15	3 × 6 = 18	3 × 7 = 21	3 × 8 = 24	3 × 9 = 27	3 × 10 = 30
4 × 1 = 4	4 × 2 = 8	4 × 3 = 12	4 × 4 = 16	4 × 5 = 20	4 × 6 = 24	4 × 7 = 28	4 × 8 = 32	4 × 9 = 36	4 × 10 = 40
5 × 1 = 5	5 × 2 = 10	5 × 3 = 15	5 × 4 = 20	5 × 5 = 25	5 × 6 = 30	5 × 7 = 35	5 × 8 = 40	5 × 9 = 45	5 × 10 = 50
6 × 1 = 6	6 × 2 = 12	6 × 3 = 18	6 × 4 = 24	6 × 5 = 30	6 × 6 = 36	6 × 7 = 42	6 × 8 = 48	6 × 9 = 54	6 × 10 = 60
7 × 1 = 7	7 × 2 = 14	7 × 3 = 21	7 × 4 = 28	7 × 5 = 35	7 × 6 = 42	7 × 7 = 49	7 × 8 = 56	7 × 9 = 63	7 × 10 = 70
8 × 1 = 8	8 × 2 = 16	8 × 3 = 24	8 × 4 = 32	8 × 5 = 40	8 × 6 = 48	8 × 7 = 56	8 × 8 = 64	8 × 9 = 72	8 × 10 = 80
9 × 1 = 9	9 × 2 = 18	9 × 3 = 27	9 × 4 = 36	9 × 5 = 45	9 × 6 = 54	9 × 7 = 63	9 × 8 = 72	9 × 9 = 81	9 × 10 = 90
10 × 1 = 10	10 × 2 = 20	10 × 3 = 30	10 × 4 = 40	10 × 5 = 50	10 × 6 = 60	10 × 7 = 70	10 × 8 = 80	10 × 9 = 90	10 × 10 = 100

Abb. 9:
Kontrolltafel I

Kontrolltafel II zur Multiplikation

Die Kontrolltafel II gleicht im Format der Kontrolltafel I. Bei der Kontrolltafel II beginnen die jeweiligen Aufgaben jedoch erst bei den entsprechenden Quadratzahlen (z. B. bei der Vierer-Reihe ab $4 \cdot 4$). Die Aufgaben mit den kleineren Multiplikatoren fehlen.

Das heißt, hier sind lediglich die Hälfte der Aufgaben des kleinen Einmaleins und die Quadratzahlen aufgedruckt, während in den anderen Feldern – aufgrund des bei der Multiplikation geltenden Kommunikativgesetzes – keine Aufgaben und Ergebnisse aufgedruckt sind.

1 × 1 = 1									
2 × 1 = 2	2 × 2 = 4								
3 × 1 = 3	3 × 2 = 6	3 × 3 = 9							
4 × 1 = 4	4 × 2 = 8	4 × 3 = 12	4 × 4 = 16						
5 × 1 = 5	5 × 2 = 10	5 × 3 = 15	5 × 4 = 20	5 × 5 = 25					
6 × 1 = 6	6 × 2 = 12	6 × 3 = 18	6 × 4 = 24	6 × 5 = 30	6 × 6 = 36				
7 × 1 = 7	7 × 2 = 14	7 × 3 = 21	7 × 4 = 28	7 × 5 = 35	7 × 6 = 42	7 × 7 = 49			
8 × 1 = 8	8 × 2 = 16	8 × 3 = 24	8 × 4 = 32	8 × 5 = 40	8 × 6 = 48	8 × 7 = 56	8 × 8 = 64		
9 × 1 = 9	9 × 2 = 18	9 × 3 = 27	9 × 4 = 36	9 × 5 = 45	9 × 6 = 54	9 × 7 = 63	9 × 8 = 72	9 × 9 = 81	
10 × 1 = 10	10 × 2 = 20	10 × 3 = 30	10 × 4 = 40	10 × 5 = 50	10 × 6 = 60	10 × 7 = 70	10 × 8 = 80	10 × 9 = 90	10 × 10 = 100

Abb. 10:
Kontrolltafel II

Pythagorasbrett mit Kontrolltafel

3.1.7.

Das Pythagorasbrett ist ein rotes Quadrat mit zehn mal zehn gleich großen Feldern der Größe $3 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm}$. In der ersten Reihe stehen die Zahlen 1 bis 10 und in der linken Randspalte die Zahlen 2 bis 10. Dazu gehört ein Kasten mit 100 Plättchen, auf denen alle Ergebnisse des kleinen Einmaleins aufgedruckt sind. Die Plättchen haben die gleiche Größe wie die einzelnen Felder des Brettes (Abb. 11). Eine Kontrolltafel, auf welcher die Ergebnisse zu sehen sind, komplettiert das Material (Abb. 12).

Damit entspricht die Systematik des Pythagorasbretts zwar derjenigen der Multiplikationstabelle III (vgl. 3.1.6.), aber dennoch bestehen Unterschiede: Das Brett ist größer als die Tabelle, es hat einen Rahmen und eine rote Arbeitsfläche, wodurch es ästhetisch und ansprechend

wirkt. Die Ergebnisplättchen sind weiß, heben sich gut vom roten Untergrund ab und können von Kinderhänden gut aufgenommen werden, weil sie größer sind als die Plättchen des gelben Kastens.

Hinweis: Da das Pythagorasbrett nicht in einen Materialkanon eingebunden ist wie die Multiplikationstabellen, kann im Bedarfsfall darauf zurückgegriffen werden. Das heißt, falls die Multiplikationstabelle III gerade von einem Kind bearbeitet und zeitgleich von einem anderen Kind benötigt wird, stellt das Pythagorasbrett eine gute Alternative bzw. Ausweichmöglichkeit dar.

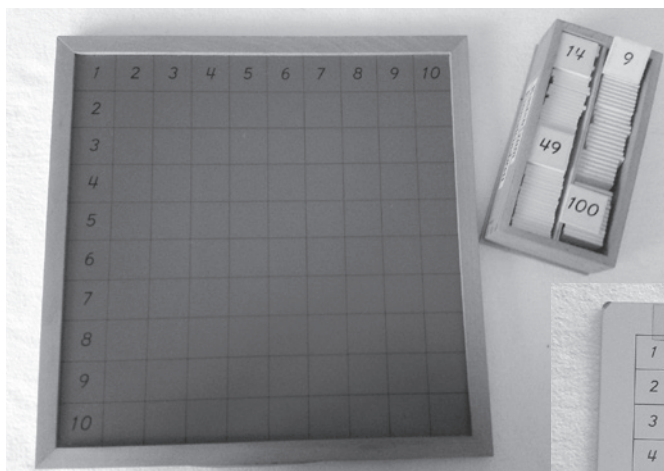


Abb. 11: Pythagorasbrett mit den dazugehörigen Materialien

Das Bild zeigt eine Kontrolltafel, eine 10x10-Matrix, die die Ergebnisse der Multiplikation aller Zahlen von 1 bis 10 enthält. Die Spalten sind oben mit den Zahlen 1 bis 10 beschriftet, die Zeilen links mit den Zahlen 1 bis 10. Die Matrix ist wie folgt beschriftet:

Kontrolltafel										
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	
2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	

Abb. 12: Kontrolltafel zum Pythagorasbrett

3.2. Hierarchisches Material (Dezimalsystem)

Aus dem Fundus der hierarchischen Materialien werden in diesem Band die folgenden zwei Materialien aufgegriffen:

- Goldenes Perlenmaterial
- großes Multiplikationsbrett

3.2.1. Goldenes Perlenmaterial

Das Goldene Perlenmaterial nimmt im Rahmen der Montessori-Materialien eine zentrale Stellung ein. Schon mit Kindern ab etwa dem vierten Lebensjahr können damit Operationen durchgeführt werden (vgl. Eckert 2007).

Zum Goldenen Perlenmaterial gehören Tausenderwürfel, Hunderterquadrate, Zehnerstangen und Einerperlen. Wenn man das Dezimalsystem mit dem Goldenen Perlenmaterial bis 9999 aufbauen möchte, werden von jedem Stellenwert jeweils 55 Exemplare benötigt, d. h. 55 Einerperlen, 55 Zehnerstäbchen, 55 Hunderterplatten und 55 Tausenderkuben. Für die Einführungen der Einmaleinsreihen werden jedoch lediglich die Zehnerstäbchen und Einerperlen benötigt.