

Vorwort

»The knowledge of mathematical things is almost innate in us ... This is the easiest of sciences, a fact that is obvious in that no one's brain rejects it; for laymen and people who are utterly illiterate know how to count and reckon.«

(Roger Bacon, 1219–1294)

»Mathematics may be defined as the subject in which we never know what we are talking about, nor whether what we are saying is true.«

(Bertrand Russell, 1872–1970)

Kaum eine Wissenschaft wird so ambivalent betrachtet wie die Mathematik. Mathematische Fragestellungen haben alle Kulturen beschäftigt und ganz ohne Zweifel gehört die Mathematik zu einer der ältesten Wissenschaften der Welt, wird aber von vielen Menschen als – zu – schwer empfunden. Mathematische Kenntnisse sind ein Kern der Allgemeinbildung, eigene Schwächen in der Mathematik können aber – anders als Schwächen im Lesen oder Schreiben – durchaus offen zugegeben werden. Als Schulfach spaltet die Mathematik die Schülerschaft in solche, denen Mathematik leicht fällt und die dieses Fach mögen, und solche, die keinen Zugang zur Mathematik finden und für die sie mit Angst und Abneigung besetzt ist.

Besteht ein allgemeiner Konsens darüber, dass Bildung in unserer modernen Technologiegesellschaft bedeutet, über hinreichende Kompetenzen im Lesen, Schreiben *und Rechnen* zu verfügen, so lag das Augenmerk in Bildungspolitik und Wissenschaft bis vor Kurzem vor allem auf dem schriftsprachlichen Bereich. Trotz der Bedeutung mathematischer Kenntnisse für eine Berufsausbildung nach Abschluss der Schulzeit werden Mathematikleistungen in der Bildungspolitik erst neuerlich diskutiert.

Mit der Teilnahme Deutschlands an den internationalen Bildungsgangstudien (z. B. PISA 2000; 2003; 2006) wurde deutlich, dass nahezu ein Fünftel der 15-jährigen Schülerinnen und Schüler als Risikogruppe im Fach Mathematik zu betrachten ist. Konkret bedeutet das, dass in der PISA-Studie im Jahr 2006 ca. 20 Prozent der Schülerinnen und Schüler Leistungen erbrachten, die unter oder auf der Kompetenzstufe 1 lagen. Laut PISA-Konsortium entspricht dies arithmetischem und geometrischem Wissen auf Grundschulniveau.

Was genau ist unter arithmetischem Wissen auf Grundschulniveau zu verstehen? In der Grundschuluntersuchung IGLU (Internationale Grundschul-Lese-Untersuchung 2001; 2006) erreichten 20 Prozent der Schülerinnen und Schüler am Ende des vierten Schuljahres nur Leistungen, die dem Kenntnisstand des zweiten Schuljahres

entsprechen. Bedeutet dies, dass die Schülerinnen und Schüler in der Sekundarstufe zwar nicht die Kenntnisse der curricularen Inhalte erwerben, wohl aber ihre arithmetischen Grundkenntnisse festigen?

Neuere Studien (vgl. Humbach 2008; Moser Opitz 2007), die sich mit der Erfassung des arithmetischen Wissens auf Grundschulniveau als Voraussetzung für den weiteren Mathematikunterricht in der Sekundarstufe beschäftigen, stellen auch hier gravierende Defizite fest. Weder Grundrechenarten noch Stellenwertverständnis können als sicher verfügbar gelten. Die Erweiterung des Zahlenraums in der Sekundarstufe sowie auf den Grundrechenarten aufbauende mathematische Operationen wie zum Beispiel in der Bruchrechnung, Prozentrechnung etc. können damit nicht sinnvoll erworben werden.

Da die Problematik schwacher Leistungen im Mathematikunterricht bislang nicht im Fokus bildungspolitischer Überlegungen stand und der Sekundarstufenunterricht eher an den curricularen Vorgaben orientiert ist und zu wenig an den tatsächlichen Kompetenzständen der Schülerinnen wie Schüler ansetzt, kann es nicht verwundern, dass sich der Anteil schwacher Schülerinnen und Schüler über die PISA-Erhebungen hinweg (2000, 2003, 2006) noch nicht befriedigend verbessert hat. Dem dreigliedrigen Schulsystem entsprechend verteilen sich die Schülerleistungen dabei unterschiedlich auf die drei Bildungssysteme: Gymnasium – Realschule und Hauptschule. Im Mittel sind die Gymnasiasten den Schülerinnen und Schülern von Hauptschulen in den mathematischen Leistungen um drei Kompetenzstufen überlegen. Das wiederum bedeutet, dass wir in der Hauptschule eine Ballung der Probleme haben.

Mit dem vorliegenden Buch möchten die Herausgeber sowie die Autorinnen und Autoren auf die Problematik der Schülerinnen und Schüler mit Rechenschwierigkeiten in der Sekundarstufe I aufmerksam machen, zu Reflexionen anregen und Anstöße zur Gestaltung des mathematischen Unterrichts geben: Es muss uns – in Zukunft – immer besser gelingen, Lernenden durch den Mathematikunterricht tragfähige mathematische Kompetenzen im Verlaufe der Sekundarstufe I zu vermitteln.

Entsprechend dieser Zielvorstellung soll in einem ersten Kapitel versucht werden, Kenntnisse zur Entwicklung des mathematischen Verständnisses vom Säuglingsalter bis zur Sekundarstufe aufzuzeigen. Wie bauen mathematische Kompetenzen aufeinander auf und welche zentralen mathematischen Konzepte müssen erworben werden, um ein effektives Lernen zu befördern?

In einem zweiten Kapitel werden die Probleme der Schülerinnen und Schüler aus unterschiedlichen Perspektiven heraus analysiert. Eine Perspektive sind die Befunde der aktuellen Bildungsgangstudien, die allerdings lediglich den Vergleich der Schülerleistungen mit den Bildungsstandards gestatten. Ähnlich verhält es sich mit curricularen Tests, die uns die Defizite bzw. Wissenslücken der Schülerinnen und Schüler aufzeigen, aber keinen Hinweis auf die individuellen Lernvoraussetzungen bzw. das Verständnis mathematischer Konzepte geben. Soll Diagnostik mehr sein als bloße Deskription von Leistungen, dann muss sie gestützt auf Theorien erfolgen. Zum Beispiel auf Modellannahmen darüber, wie mathematische Konzepte aufeinander auf-

bauen. Ein Entwicklungsmodell mathematischer Kompetenzen zum Beispiel gestattet die Zuordnung von Lernleistungen zu bestimmten Entwicklungsstufen. Es gestattet außerdem darüber nachzudenken, welche Aspekte mathematischen Denkens grundlegend sind für das Verständnis spezifischer Operationen (z. B. in der Bruchrechnung). Darauf gestützt können Prozess- und Fehleranalysen vorgenommen werden, die das Zustandekommen von Leistungen, bzw. von Fehlern abzubilden gestatten und zugleich Hinweise auf spezifische Förderansätze geben.

Im dritten Kapitel soll es um unterrichtspraktische Anregungen gehen. Folgende Gedanken sollen dabei leitend sein: Der Erwerb wie der Gebrauch von Kompetenzen sollte nicht einseitig auf das Einprägen und Ausführen von Regeln symbolischer Darstellungen abgestellt sein; vielmehr sollte stärker das Erfassen der inhaltlichen Bedeutungen der symbolischen Darstellungen ins Zentrum des Mathematiklernens gerückt werden: Flexibel handhabbares »Inhaltswissen« muss im Vordergrund stehen; auf diesem kann dann durchaus auch »Regelwissen« aufsetzen. In der Gestaltung des Mathematikunterrichts der Sekundarstufe I muss den unterschiedlichen Lernvoraussetzungen der Schülerinnen wie Schüler entschieden mehr Rechnung getragen werden; durch tatsächliche Differenzierung muss das Gebot zu individueller Förderung auch fachdidaktisch ernst genommen werden.

In inhaltlicher Hinsicht geht es in den meisten Beiträgen um das Bruchrechnen. Der Wahl dieses Schwerpunktes liegt die Feststellung von Freudenthal (1905–1990) zugrunde, der zufolge eine Hälfte der Schülerinnen und Schüler im mathematischen Unterricht allgemeinbildender Schulen an der Bruchrechnung scheitert; später bei Einführung in die – schulische – Algebra ist es wiederum eine Hälfte, welche den Kontakt zur Mathematik verliert. Mit dem Bruchrechnen vollzieht sich also eine erste wichtige Erweiterung der Zahlbegrifflichkeit, die während der Grundschulzeit noch praktisch ausschließlich durch die Arithmetik der natürlichen Zahlen repräsentiert wird. Die Bruchrechnung macht eine Differenzierung grundlegender Vorstellungen notwendig, die offensichtlich von einem beachtlichen Teil der Lernenden nicht mehr zureichend erfasst wird. Wird die Bruchrechnung allerdings verstanden, dann kann sie ein semantisch gut abgestütztes Verständnis für die weitere Arithmetik während der Sekundarstufe I abgeben und darüber hinaus auch den Übergang zur Algebra tragfähig vorbereiten.

Schwache Rechenleistungen in der Sekundarstufe I sind bisher noch in unzureichendem Maße Gegenstand der fachdidaktischen Diskussion.

Die Autorinnen und Autoren dieses Buches gehören zu jenen, die diese Diskussion führen und denen eine Förderung schwacher Schülerinnen und Schüler und die Unterstützung der Lehrkräfte am Herzen liegt. Wir möchten daher allen Autorinnen und Autoren dieses Buches für ihre spontane Bereitschaft zur Mitarbeit herzlich danken.

Danken möchten wir auch Frau Petra Langhorst, abgeordnete Lehrerin im Hochschuldienst, die den Blick aus der Praxis auf die Beiträge geworfen, diese kritisch gelesen und mit viel Sachverständnis lektoriert hat. Unser Dank gilt ebenso Herrn Frederik Münch, Mitarbeiter an der Universität Essen, der mit viel Geduld

und großer Kompetenz die Beiträge in eine druckreife Fassung gebracht hat. Nicht zuletzt ist dem Beltz Verlag zu danken, der unser Vorhaben von Anfang an unterstützt und professionell begleitet hat.

Wir hoffen, dass möglichst viele Leserinnen und Leser – im Hochschulbereich ebenso wie in den Schulen – Anregungen und Anstöße aus den vorliegenden Beiträgen gewinnen mögen, damit diese als nachhaltige Hilfen den Schülerinnen und Schülern zugutekommen. Ergänzende Hilfen hierzu finden Sie außerdem im kostenlosen Download des Beltz Verlages unter: www.beltz.de/material, Kennwort 62630.

Köln, Juni 2009

*Annemarie Fritz
Siegbert Schmidt*

Literatur

- Humbach, M. (2008): Arithmetische Basiskompetenzen in der Klasse 10. Berlin: Dr. Köster.
- Moser Opitz, E. (2007). Rechenschwäche/Dyskalkulie. Theoretische Klärungen und empirische Studien an betroffenen Schülerinnen und Schülern. Bern: u. a.: Haupt.
- PISA-Konsortium Deutschland (2001) (Hrsg.): PISA 2000. Basiskompetenzen von Schülerinnen und Schülern im internationalen Vergleich. Opladen: Leske + Budrich.
- PISA-Konsortium Deutschland (2004) (Hrsg.): PISA 2003. Der Bildungsstand der Jugendlichen in Deutschland – Ergebnisse des zweiten internationalen Vergleichs. Münster: Waxmann.
- PISA-Konsortium Deutschland (2007) (Hrsg.): PISA 2006. Die Ergebnisse der dritten internationalen Vergleichsstudie. Münster: Waxmann.
- Bos, W./Lankes, E.-M./Prenzel, M./Schwippert, K./Walther, G./Valtin, R. (Hrsg.) (2003): Erste Ergebnisse aus IGLU. Schülerleistungen am Ende der vierten Jahrgangsstufe im internationalen Vergleich. Münster: Waxmann.