



Leseprobe aus: Mathe begreifen mit Montessori: Der Zahlenraum 0 bis 100, ISBN 978-3-407-63002-5  
© 2017 Beltz Verlag, Weinheim Basel  
<http://www.beltz.de/de/nc/verlagsgruppe-beltz/gesamtprogramm.html?isbn=978-3-407-63002-5>

## Vorwort

»Eins, zwei, drei, vier, fünf, sechs, sieben, eine Bauersfrau kocht Rüben ...!« Welcher Erwachsene kennt sie nicht aus seiner eigenen Kindheit, die Zahlenreim- und Fingerspiele, von denen ein gewisser Zauber ausging?

»Das Zählen ist die Wiege des Rechnens, und die Finger sind die ursprüngliche Zähl- und Rechenhilfe der Menschen« (Eckstein 2011, S. 11). Tatsächlich entfalten Zählreime für die meisten Kinder bereits ihre Bedeutung, sobald sie damit beginnen, Sprache körperunterstützt nachzuahmen und diese (zumeist noch unbewusst) einzusetzen. Im gemeinsamen Sing-, Sprech- und (Finger-)Zahlenspiel in der Familie oder Kindertagesstätte wird Kindern häufig bereits im zweiten oder dritten Lebensjahr die Bedeutsamkeit einer Wörterkette erfahrbar, die einer klar definierten Anordnung folgt.

Die lautmalerische Intonation der Erwachsenen sowie die in diesen Situationen erfahrene Zuwendung und Bestätigung bestärken und motivieren Kleinkinder dazu, die ihnen präsentierten Zahlenketten so lange zu wiederholen, bis sie von ihnen auswendig beherrscht werden. Auch wenn die logischen mathematischen Zusammenhänge dabei noch im Verborgenen bleiben, machen die Kinder in diesem emotionalen und gewissermaßen konnotativen Kontext auf spielerische Weise erstmals Bekanntschaft mit der »magischen Wirkung« der Zahlen.

Erst später und in Abhängigkeit von ihren jeweiligen Vorerfahrungen im Kleinkindalter entdecken Kinder die Welt der Zahlen im eigentlich mathematischen Sinn. Bei den meisten Kindern vollzieht sich dieser Entwicklungsschritt im Übergang vom Kindergarten in die Grundschule, d.h. im fünften oder sechsten Lebensjahr. Jetzt sind es »mathematische Gedanken«, die das kindliche Tun lenken und das Beziehungsgeflecht der Zahlen untereinander immer deutlicher in Erscheinung treten lassen. In diesem Zusammenhang ist der sichere Erwerb des Zahlenraums 0 bis 10 von grundlegender Bedeutung, denn alle weiteren (kleinen und großen) Zahlen werden anhand dieser Ziffern gebildet, d.h. sie sind auf allen Stellenwerten anzutreffen.

Im Hinblick auf den aktuellen Kenntnisstand zum kindlichen Lernen bedarf es keiner weiteren Erläuterung, dass diesbezügliche Lernangebote und Entwicklungshilfen grundsätzlich nur dann ihr Ziel erreichen, wenn sie an den individuellen Voraussetzungen und Vorerfahrungen der Kinder ansetzen: »Wenn Sie verstehen, wie sich Kinder intuitiv in der Welt der Zahlen bewegen, haben Sie eine bessere Chance, die Kinder zu einem entwickelten Zahlverständnis zu führen« (Eckstein 2011, S. 11).

Keinem geringeren als diesem Anspruch folgt das vorliegende Arbeitsbuch von Gabriele Gerber. Anhand ausgewählter Montessori-Materialien zeigt die erfahrene und kompetente Grundschullehrerin und Mathematikdozentin in bildgestützten, gut nachvollziehbaren Schritten auf, wie Kinder in der Auseinandersetzung mit dem Zahlenraum 1 bis 10 dazu ermutigt, angeregt und darin unterstützt werden können, basale mathematische Einsichten, Fähigkeiten und Automatismen selbst zu erschließen und zu festigen.

*Eva Schumacher*  
(Herausgeberin)

## 2

# Der Zahlenraum 0 bis 10 und Aufbau des Arbeitsbuches

Der Zahlenraum 0 bis 10 ist eine fest definierte Zahlenmenge und stellt die Basis für unser Dezimalsystem dar. Dabei wechselt im Übergang von der Neun zur Zehn der Stellenwert im System. Mit den Ziffern 0 bis 9 lassen sich somit alle mehrstelligen Zahlen darstellen. Die Stelle, an der die Ziffer steht, entscheidet, welche Wertigkeit sie innehat.

Die Ziffern 0 bis 9 sind Symbole oder Zeichen für die Mengen 0 bis 9 und gelangten vor ungefähr 1000 Jahren nach Europa. Ein arabischer Schriftgelehrter fand die in Indien entstandene Ziffernschreibweise so interessant, dass er sie in einem kleinen Buch festhielt. Dieses Buch gelangte auf dem Handelsweg nach Europa, und da die Ziffernschreibweise im Vergleich zu der römischen Schreibweise viel einfacher und bei Rechenoperationen überschaubarer war, wurden die arabischen Ziffern immer beliebter und lösten nach und nach die römische Schreibweise ab. Durch das wiederholte Abschreiben der Ziffern veränderte sich im Laufe der Jahrhunderte die Form und das Aussehen ein wenig, z. T. wurden sie gedreht oder vereinfacht. Hierzu findet sich in Ela Eckerts Buch, »Kosmische Erzählungen in der Montessori-Pädagogik«, die ausführliche Erzählung zur Entwicklung der Zahlen.

Vermutlich ist das Zählen eine ausschließlich menschliche Fähigkeit, die eng mit der geistigen Entwicklung des Kindes einhergeht. Schon früh werden Kinder mit Zahlen in Liedern, Reimen, bei Fingerspielen usw. konfrontiert und nehmen dabei bereits große Zahlennamen unbewusst auf und sprechen sie nach, obwohl sie noch keine konkrete Mengenvorstellung davon haben.

Die Zählkompetenz, ob vor- oder rückwärts, und die Erfassung von strukturierten Mengen gehören zu den elementaren mathematischen Basiskompetenzen. Die diesbezügliche Entwicklung beim Kind geht vom reinen Aufzählen der Zahlwortreihe zum Unterscheiden der einzelnen Zahlwörter über. Es kann Mengen abzählen und lernt, dass die letztgenannte Zahl die Gesamtheit der Menge darstellt (Kardinalzahlaspekt). Mit fortschreitender Übung und Erfahrung gelingt es dem Kind an unterschiedlichen Stellen in der Zahlwortreihe mit dem Zählen vor- oder rückwärts zu beginnen, ohne zwingend bei der Zahl 1 starten zu müssen.

### *Die Arbeit mit den Montessori-Materialien*

---

Der Umgang mit dem vorgestellten Montessori Material ermöglicht und erleichtert den Kindern die simultane Erfassung von Mengen. Selbst größere Mengen lassen sich durch Aufteilung in Untermengen bestimmen, die wiederum dann simultan erfasst werden können. Beispielsweise werden 6 Chips in zwei Dreiergruppen zerlegt, simultan erfasst und dann wieder zu einer Gesamtmenge vereinigt. Auf diese Weise erfährt und festigt das Kind den Zusammenhang von Teilmengen und Gesamtmenge. Diese Grundfähigkeit der Zahlen- bzw. Mengenzerlegung und -zusammenführung von Teilmengen ist zur Erlangung einer fundierten Rechenkompetenz unerlässlich.

Die Arbeit mit den einzelnen Materialien erstreckt sich über mehrere Tage und Wochen und sollte die Konzentrationsfähigkeit der Kinder in den einzelnen Arbeitsphasen nicht überfordern. Sobald die Lehrkraft bemerkt, dass die Bereitschaft des Kindes, sich intensiv mit dem Material auseinanderzusetzen zu wollen, nachlässt, sollte eine erzwungene Weiterarbeit unterbleiben. Es kommt nicht auf die Quantität, sondern auf die Qualität der Arbeit an, die nur dann nachhaltig wirkt, wenn das Kind sein Tun mit Freude und angstfrei selbst bestimmen kann. Das Kind bleibt aktiver Gestalter seines individuellen Lernweges. Es lernt mit Kopf, Herz und Hand und wählt das Tempo, den Rhythmus, die Zeit und Schwierigkeit nach seinen eigenen Fähigkeiten und Fertigkeiten. Dabei bedarf es selbstverständlich der begleitenden Unterstützung durch

die Lehrkraft. Indem diese das kindliche Tun wahrnimmt, beobachtet und sensibel begleitet, ermutigt sie das Kind dazu, in seiner eigenen Entwicklung voran zu schreiten.

### *Zum Buch*

---

Das Arbeitsbuch beschreibt zunächst den Aufbau des Zahlenraums 0 bis 10 anhand der hierzu verfügbaren Montessori-Materialien. Im Anschluss daran wird die Handhabung mit den dafür vorgesehenen Materialien für jeden Interessierten nachvollziehbar ausgeführt. Dies geschieht anhand der kleinschrittigen Beschreibung der Abläufe in Wort und Bild. Die jeweiligen Angaben zum Alter des Kindes, zu den Zielen und Voraussetzungen, die gegeben sein müssen, um erfolgreich arbeiten zu können, ergänzen die Ausführungen. Damit dient das Arbeitsbuch den Lehrkräften nicht nur allein als Übersicht über den für den Zahlenraum 0 bis 10 relevanten Materialbestand, sondern zugleich auch als Hilfe zur Vorbereitung der Darbietung für das Kind im Rahmen der Freiarbeit. Letztlich liefert das vorliegende Buch Anregungen dazu, eigene Materialien zur Ergänzung der käuflichen Montessori-Materialien selbst herzustellen.

Eine intensive Auseinandersetzung mit den Grundsätzen der Montessori-Pädagogik, vor allem mit der Rolle der Lehrkraft, den sensiblen Phasen des Kindes und der vorbereitenden Umgebung sollten für den Leser ein Bedürfnis sein, um den Wert der vorgestellten Materialien in seinem ganzen Umfang besser verstehen und einordnen zu können. Ausführungen dazu finden sich im Grundlagenwerk »Montessori-Pädagogik verstehen, anwenden und erleben« (Schumacher 2016).

## 3

## Die einbezogenen Materialien

Maria Montessori entwickelte für die Erarbeitung des Zahlenraums 0 bis 10 aufeinander aufbauende Materialien, die dem Kind durch die Handhabung Erkenntnisse vermitteln, ohne dass wortreiche Erklärungen notwendig sind. Allein durch das Interesse und das Zuschauen bei den Einführungen durch die Lehrkraft und das selbstständige Weiterführen kann sich mathematisches Denken beim Kind entwickeln und der Zahlbegriff von 0 bis 10 weiter ausbilden. Voraussetzung dafür ist, dass dem Kind die Möglichkeit eingeräumt wird, selbsttätig zu werden und in Ruhe nachzudenken.

Die nachfolgend beschriebenen Materialien haben mathematischen Charakter, sie sind sehr einfach gehalten und isolieren die Schwierigkeiten, d. h., bereits Bekanntes wird im Folgematerial aufgegriffen und nur ein einzelnes neues mathematisches Phänomen erarbeitet und geübt.

Jedes Material setzt sich aus verschiedenen Einzelteilen zusammen, die nach gewissen Ordnungsprinzipien zu benutzen sind. Es wird nicht mit Luftballons, Birnen oder anderen Dingen gerechnet, sondern mit gleich großen Elementen. Die im Einsatz aufeinander folgenden Materialien verändern ihre Größe, Farbe und Form, jedoch kann mit jedem dieser Materialien aufsteigend und absteigend gezählt werden. Die Anzahl der Zahlenmenge bleibt immer sichtbar. Es handelt sich also um ein zählendes Material, das jungen Kindern bei ihren Bedürfnissen und in ihren sensiblen Phasen entgegenkommt.

Anhand des im Folgenden vorgestellten Materials können vage Zahlvorstellungen geordnet, verdeutlicht und konkretisiert werden. Dabei erschließt sich für die Kinder der Zusammenhang zwischen Menge und Zahlwort. Ergänzend zum Mengenmaterial gibt es Ziffern- und Zahlenkarten, bei denen die vorgeschriebene Schreibweise der Ziffern eingeübt und über das Muskelgedächtnis gespeichert und gefestigt wird. Mit den Zahlenkarten 1 bis 10 lässt sich die Verbindung von Menge und Zahlsymbol sichtbar herstellen. Kennt das Kind die Zahlen bis 10, kann es mit dem Hierarchischen Material alle vier Grundrechenoperationen im Zahlenraum bis zu 1 Million ausführen.

### 3.1

### Numerische Stangen

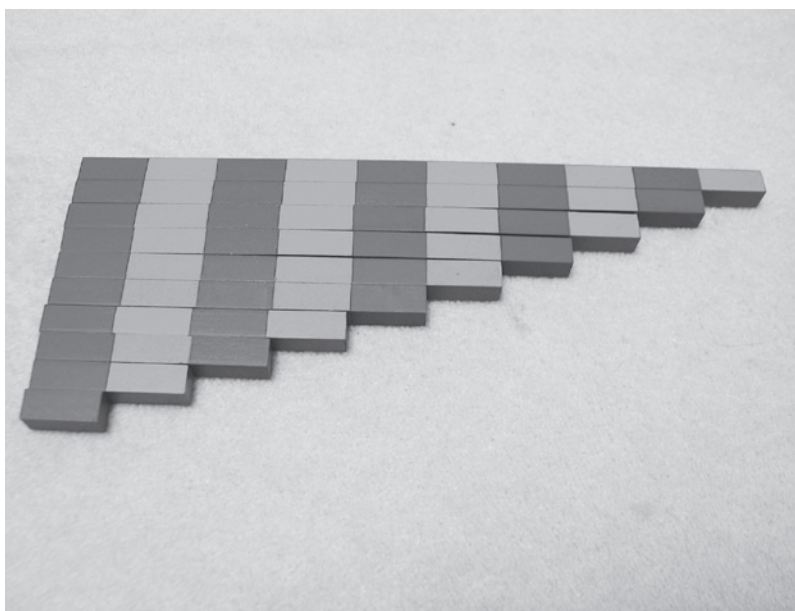


Abb. 1: Numerische Stangen



### Beschreibung des Materials

Das Material besteht aus zehn prismenförmigen Stangen mit einem quadratischen Querschnitt der Seitenlänge 2,5 cm. Die kürzeste Stange ist rot und 10 cm lang und stellt die Basis des Materials dar. Jede weitere Stange verlängert sich um 10 cm, so dass die längste Stange 100 cm misst. Die Numerischen Stangen werden auch Blau-rote-Stangen genannt, da die Abschnitte der Stangen wechselweise in blau und rot eingefärbt sind. Bei jeder Stange ist es somit möglich, die aufeinanderfolgenden Abschnitte zu zählen. Das letzte Zahlwort bezieht sich auf die Summe der Abschnitte der Stange und ist zugleich der Ausdruck für das Ganze. Dies ist zugleich der Name für die Stange. Somit hat jede Stange, abhängig von ihrer Länge bzw. ihren Abschnitten, einen eigenen Namen; sieben Abschnitte bedeuten z. B.: Es ist die Siebenerstange.

Die Verbindung zwischen Namen, Zahl und der konkreten Stange eröffnet ein besseres Verständnis für die Zusammenhänge zwischen den verschiedenen Zahlen und den dazugehörigen Stangen. Hier wird unbewusst der kardinale und ordinale Zahlaspekt verinnerlicht. Zusätzlich verweisen die Stangen auf das metrische System, da die Zehnerstange einen Meter lang ist und die anderen Stangen sich in Dezimeter-Abschnitten aufbauen.

## Sandpapierziffern

3.2

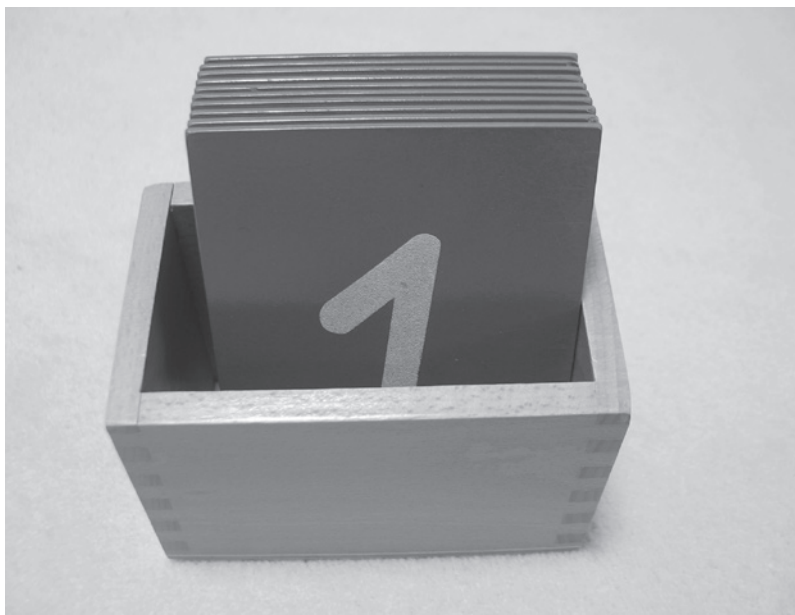


Abb. 2: Sandpapierziffern

### Beschreibung des Materials

Das Material besteht aus insgesamt zehn dünnen, grünen Holztafeln auf denen die Ziffern 0 bis 9 mit Sandpapier aufgedruckt sind. Mit dem Zeige- und Mittelfinger werden die Ziffern richtig nachgespurt und dazu das Zahlwort gesprochen. Durch das häufige Nachspuren und vielfältige Üben prägen sich Form und Wort im Gedächtnis ein. Das Material ist in unterschiedlichen Schriftausgaben erhältlich und in einem passenden Holzkasten aufbewahrt. Es lässt sich jedoch, ohne viel Aufwand, auch selbst herstellen (s. Material selbst herstellen, S. 48).

### 3.3 | Ziffernplättchen

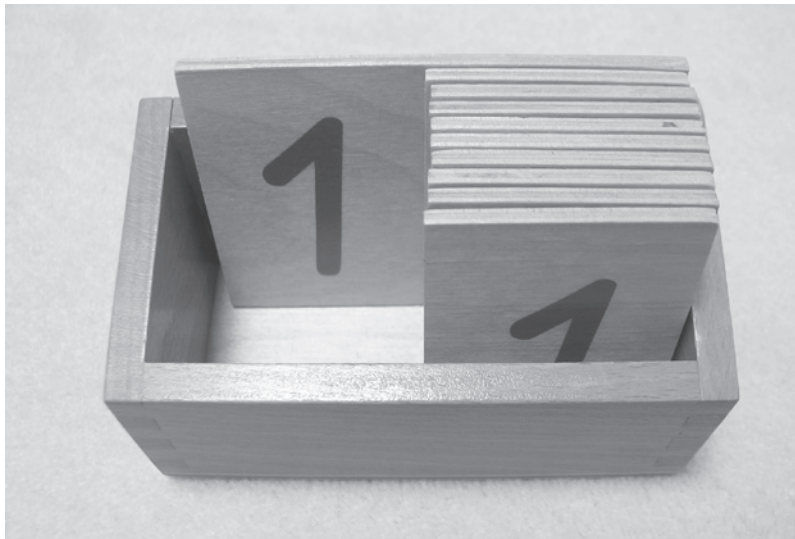


Abb. 3: Ziffernplättchen

#### Beschreibung des Materials

Das Material besteht aus insgesamt zehn dünnen, rechteckigen Holztäfelchen auf denen die Ziffern von 1 bis 10 in rot aufgedruckt sind. Die Zuordnung der Ziffernplättchen zu den entsprechenden Stangen verdeutlicht die Verbindung von Menge und Zahl und lässt innere Bilder entstehen, z. B.: Die Viererstange hat vier Abschnitte und das Zahlsymbol 4. Hinter dem Zahlsymbol 4 verbergen sich vier Abschnitte der Numerischen Stange. Das Zahlsymbol bleibt somit kein abstraktes Zeichen, sondern wird mit einer Menge verknüpft. Auch hier kann das Material sowohl in lateinischer Ausgangsschrift als auch in Druckschrift erworben werden (s. Material selbst herstellen, S. 48).

### 3.4 | Spindelkasten

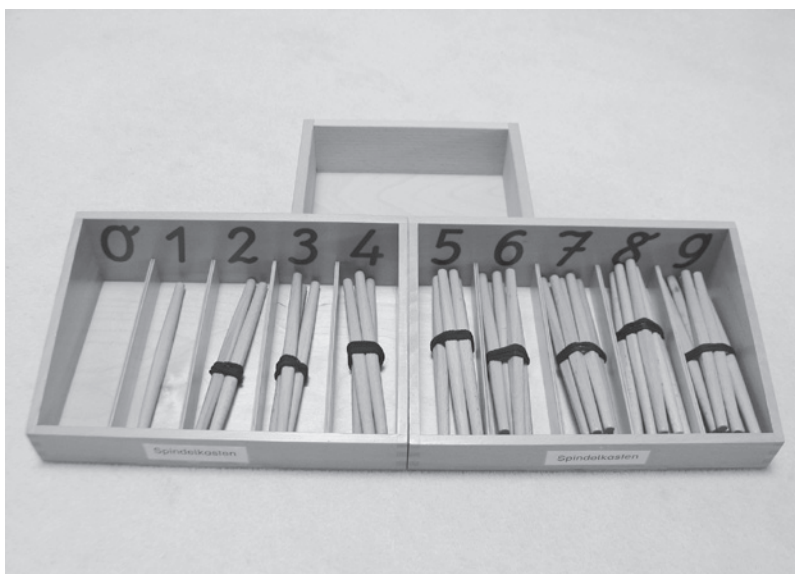


Abb. 4: Spindelkasten

### Beschreibung des Materials

Das Material besteht aus einem Holzkasten, der in zehn Fächer eingeteilt ist. An der Stirnseite des Kastens sind über den einzelnen Fächern die Zahlen 0 bis 9 aufgedruckt. In jedem Fach liegt die der jeweiligen Ziffer entsprechende Anzahl an Holzspindeln, die mit einem Gummiring zusammengebunden sind, um die jeweiligen Einheiten zu verdeutlichen. Wie in Abbildung 4 zu sehen ist, liegen im Fach mit der Zahl 2 an der Stirnseite zwei mit einem Gummiring gebündelte Spindeln, im Fach 3 liegen drei mit einem Gummiring gebündelte Spindeln. In den weiteren Fächern liegen, entsprechend der aufgedruckten Zahlen, die weiteren gebündelten Spindeln. Insgesamt gehören zum Spindelkasten 45 Holzspindeln. Ein leeres Holzkästchen, in das die Spindeln hinein gezählt werden, ergänzt das Material. Der Unterschied zu den Numerischen Stangen besteht darin, dass bei diesem Material die Einheiten aufgebrochen werden können und der Zahlbegriff als eine Menge von gleichförmigen Elementen erfahren wird, z. B.: Acht Spindeln stellen mit Gummiring eine Einheit dar, ohne Gummiring sind es acht einzelne, wohlunterschiedene Elemente. Das Wiedererkennen der Zahlsymbole und die Zuordnung der entsprechenden losen Mengen von Spindeln festigen die Erkenntnisse, die das Kind bereits bei den Numerischen Stangen erworben hat. Neu bei diesem Material ist die Menge Null, die in Form des leeren Faches sichtbar wird.

## Ziffern und Chips

3·5



Abb. 5: Ziffern und Chips

### Beschreibung des Materials

Das Material besteht aus einem Holzkasten, der in zwei Fächer unterteilt ist. In einem Fach befinden sich 55 rote Chips, im anderen Fach elf ausgesägte rote Holzziffern von 0 bis 9 und eine zusätzliche 1. Die Abfolge der Ziffern sowie deren Lage sind nicht mehr vorgegeben, wie dies beim Spindelkasten der Fall ist, sondern müssen nun vom Kind selbstständig richtig ausgelegt werden. Die roten Chips sind als Zuordnungsmaterial zu den Zahlen vorgesehen. Bei der Anordnung in Zweierreihen verdeutlicht sich das Wechselspiel von geraden und ungeraden Zahlen.



## 3.6 | Farbige Perlentreppen



Abb. 6: Farbige Perlentreppen

### Beschreibung des Materials

Das Material setzt sich aus bunten Perlenstäbchen von 1 bis 9 in neun verschiedenen Farben zusammen: Einerstäbchen sind rot, Zweierstäbchen grün, Dreierstäbchen rosa, Viererstäbchen gelb, Fünferstäbchen hellblau, Sechserstäbchen lila, Siebenerstäbchen weiß, Achterstäbchen braun und Neunerstäbchen sind dunkelblau. Im Kästchen befinden sich von jeder Kategorie jeweils fünf oder zehn Stäbchen. Die neun verschiedenen Farben stehen für eine ganz bestimmte Perlenmenge und erleichtern das simultane Erfassen. Zum besseren Abzählen der einzelnen Perlen befindet sich noch ein sogenanntes »Reiterchen«, ein rechteckiges Plastikteil mit einer Einkerbung, im Holzkasten. Durch die Anordnung der Perlenstäbchen als Treppe entsteht eine Dreiecksform. Diese verdeutlicht die Verbindung von Arithmetik und Geometrie.

# Die Arbeit mit den Materialien

4

## Numerische Stangen

4.1

### Alter des Kindes

3 bis 4 Jahre bzw. rechenschwache Kinder im Grundschulalter, bei denen Ordnungsrelationen noch nicht ausgebildet sind



### Ziele

- motorische und sensorische Grunderfahrungen erwerben
- Dimension der Länge erspüren; Lernen durch Bewegung
- Ordnungsrelationen erfahren
- vage Zahlvorstellungen ordnen und präzisieren
- Zahlennamen von 1 bis 10 erlernen und in Bezug zu einer vorhandenen Größe setzen
- Abschnitte der Stangen vor- und rückwärts zählen können
- Weiterzählen können, ohne bei 1 zu beginnen
- gerade und ungerade Zahlen durch die rot-blauen Abschnitte unbewusste optisch wahrnehmen
- erste Rechenoperationen vorbereiten
- Vorerfahrungen mit dem metrischen System erwerben durch Messen mit Vergleichslängen
- Wortschatzerweiterung
- Körperbewusstsein verbunden mit sozialer Kompetenz entwickeln



### Zusätzliches Material

- ggf. Vorlagen/Fotos von Mustern, die mit den Numerischen Stangen gelegt werden können



### Voraussetzungen

Bevor das Kind in die Numerischen Stangen eingeführt wird, sollte es über hinreichende Erfahrungen mit dem Dimensionsmaterial »Rote Stangen« verfügen. Über die Arbeit mit den Roten Stangen hat sich die kindliche Vorstellung von lang und kurz gefestigt. Das Kind hat die verschiedenen Längen der Stangen wahrgenommen und durch vielfältige Übungen unterscheiden gelernt, indem es die Stangen nebeneinander legt und miteinander verglichen hat. Dabei hat es erspürt und festgestellt, dass die Länge der Stangen in gleichmäßigen Schritten zu- bzw. abnimmt.



### Vorgehensweise



#### 1. Schritt: Bereitstellen des Materials

- Die Lehrkraft holt die Stangen gemeinsam mit dem Kind einzeln aus dem Regal und legt sie ungeordnet auf einen Teppich.
- Hierbei ist wichtig, die Handhabung der Stangen beim Tragen zu beachten: Jede einzelne Stange wird mit beiden Händen an den Enden angefasst und so zum Teppich getragen.



Abb. 7: Tragen der Stangen

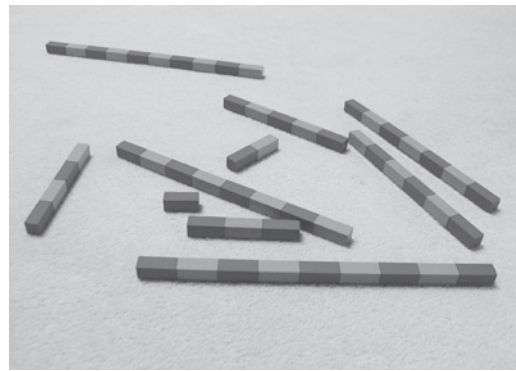


Abb. 8: Stangen liegen ungeordnet auf dem Teppich

## 2. Schritt: Darbietung des Materials

- Die Lehrkraft legt die längste Stange an den oberen Teppichrand und achtet darauf, dass der rote Abschnitt der Stange links liegt.
- Die Lehrkraft vergleicht zwei andere, frei gewählte Stangen miteinander. Sie legt dann die längere der beiden Stangen an die bereits zuvor ausgelegte längste Stange am oberen Teppichrand an.

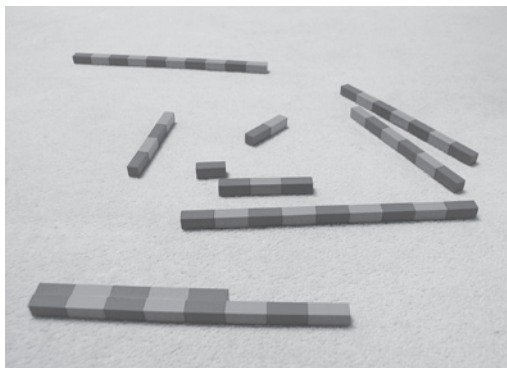


Abb. 9a: Längenvergleich der Stangen

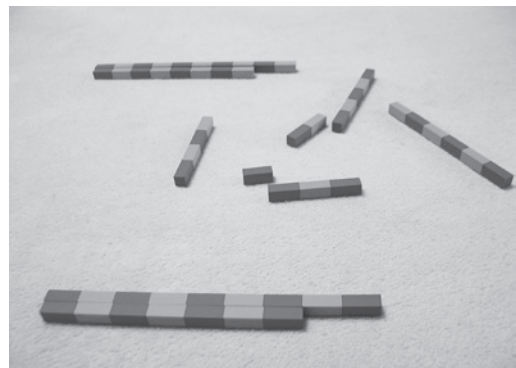


Abb. 9b: Anlegen der längeren Stange

- Sobald das Kind die Vorgehensweise verstanden hat, übernimmt es den Längenvergleich der Stangen und legt diese an die bereits geordneten Stangen an. Es fährt solange fort, bis alle Stangen der Länge nach geordnet auf dem Teppich liegen.

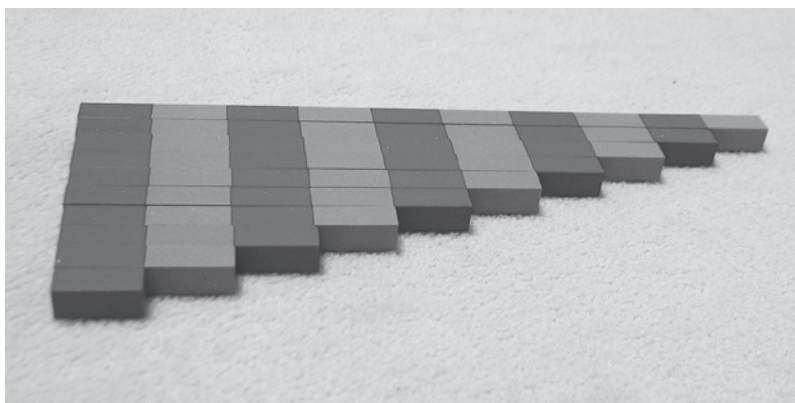


Abb. 10: Numerische Stangen nach Länge geordnet